

**Die Kondensation einer Zweiphasenströmung
in einer gekühlten Düse
und ihr Einfluß auf den Wirkungsgrad
eines Flüssigmetall-MHD-Kreisprozesses**

JÜRGEN HECHTFISCH
—

1979
—



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546402_0071

Die Kondensation einer Zweiphasenströmung
in einer gekühlten Düse
und ihr Einfluß auf den Wirkungsgrad
eines Flüssigmetall-MHD-Kreisprozesses

Von der Fakultät für Maschinenbau
der Ruhr-Universität Bochum
genehmigte Dissertation
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur

von
Dipl.-Ing. Jürgen Hechtfisch
aus Swinemünde

Die Kondensation einer Zweiphasenemulsion
in einer gekühlten Düse
und ihr Einfluß auf den Wirkungsgrad
eines Flüssigkeits-4-10-Kühlsystems

Von dem Fakultät für Maschinenbau
des Ruhr-Universität Bochum
Genehmigte Diplomarbeit
zur Erlangung des akademischen Grades
Diplom-Ingenieur



Referent: Prof. Dr.-Ing. H. D. Baehr, Hamburg
Korreferent: Prof. Dr. F. Kohler, Bochum
Tag der mündlichen Prüfung: 10. Juli 1979

Ich danke allen, die mich bei der
Anfertigung dieser Arbeit unter-
stützt haben. Mein besonderer Dank
gilt meinem verehrten Lehrer, Herrn
Professor Dr.-Ing. H.D. Baehr, der
die Arbeit anregte, sowie Herrn
Professor Dr. F. Kohler, der
freundlicherweise das Korreferat
übernahm.

Bochum, 1979

Jürgen Hechtfisch

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Formelzeichen	5
1. Einleitung	10
2. Der Kreisprozeß	13
2.1 Prozeßführung	13
2.2 Wirkungsgrad und spezifische Nutzarbeit des Kreisprozesses	19
2.3 Die Teilsysteme	21
2.3.1 Der Wandler mit vor- und nachgeschal- tetem Diffusor	21
2.3.2 Der Mantel der gekühlten Düse	27
2.3.3 Der Reaktor	27
2.3.4 Die gekühlte Düse	28
2.3.5 Der Kühler	34
2.3.6 Die Flüssigkeitsdüse	35
2.3.7 Die Kondensationszone	35
2.4 Ablauf und Ergebnisse der Kreisprozeß- berechnung	37
3. Die Kondensation einer Flüssigmetall-Zweiphasen- strömung in einer gekühlten Düse	50
3.1 Bilanzen der Massen- und Energieströme	55
3.2 Der Kondensatfilm	58
3.2.1 Das Geschwindigkeitsprofil	58
3.2.1.1 Der Massenstrom $\dot{m}_K$	60

	Seite
3.2.1.2 Die kinetische Energie $\dot{E}_{\text{kin},K}$	61
3.2.1.3 Der Impulsstrom $\dot{i}_K$	62
3.2.2 Das Temperaturprofil	63
3.2.2.1 Der Enthalpiestrom $\dot{H}_K$	66
3.3 Die Kräftebilanz	67
3.3.1 Die Schubspannung τ_δ an der Grenzfläche zwischen Kernströmung und Kondensatfilm	69
3.3.2 Der Impulssatz angewandt auf die Kernströmung	72
3.3.3 Der Impulssatz angewandt auf den Kondensatfilm	74
3.4 Der Wärmedurchgang von der Kernströmung zur Ringspaltströmung	77
3.4.1 Der Wärmeübergang an der Grenzfläche zwischen Kernströmung und Kondensatfilm	80
3.4.2 Der Wärmeübergang an die Ringspaltströmung	82
3.5 Die Definitionen des Düsenwirkungsgrades	84
3.6 Der Berechnungsgang für die Düsenströmung	89
3.6.1 Berechnung der ersten beiden Düsenquerschnitte mit einer vereinfachten Anlaufrechnung	93
3.7 Die Ergebnisse der Berechnung der Düsenströmung	95
3.7.1 Darstellung der Düsenströmung an einem Beispiel	95
3.7.2 Ausgewählte Beispiele der Düsenströmung bei Variation verschiedener Einflußgrößen	100

	Seite
3.7.3 Vergleich der berechneten Düsenwirkungsggrade mit jenen eines Schlupf-Strömungsmodells	113
3.7.3.1 Berücksichtigung eines isentropen Strömungswirkungsgrades η_{sND} für die Kernströmung	114
4. Zusammenfassung	120
Anhang 1: Stoffeigenschaften von Kalium	122
A1.1 Thermodynamische Zustandsgrößen	123
A1.1.1 Das spezifische Volumen im Flüssigkeitsgebiet	123
A1.1.2 Die spezifische Wärmekapazität c_p im Flüssigkeitsgebiet	124
A1.1.3 Die spezifische Enthalpie im Flüssigkeitsgebiet	125
A1.1.4 Die spezifische Entropie im Flüssigkeitsgebiet	126
A1.1.5 Die Dampfdruckkurve	127
A1.1.6 Das spezifische Volumen des gesättigten Dampfes	129
A1.1.7 Die Verdampfungsenthalpie ($h'' - h'$)	130
A1.2 Transportgrößen	131
A1.2.1 Die Wärmeleitfähigkeit der flüssigen Phase	131
A1.2.2 Die dynamische Viskosität der flüssigen Phase	132
A1.2.3 Die dynamische Viskosität des gesättigten Dampfes	133

	Seite
Anhang 2: Berechnung der Koeffizienten U_j in Gl. (3.43)	135
Literaturverzeichnis	138

Formelzeichen

Größen

A_j	Koeffizienten in Gl. (3.14)
a	Temperaturleitfähigkeit
a_τ	Schubspannungsverhältnis nach Gl. (3.52)
B_j	Koeffizienten in Gl. (3.33)
C	Konstante in Gl. (2.36)
C_j	Koeffizient
c	Geschwindigkeit
c_p	spezifische isobare Wärmekapazität
c_{ZP}	Geschwindigkeit in Gl. (3.104)
$\bar{c}_{ZP}$	fiktive Geschwindigkeit nach Gl. (3.99)
$\tilde{c}_{ZP}$	Geschwindigkeit der rev. Strömung nach Gl. (3.98)
D	Durchmesser
$\dot{E}$	Energiestrom
$\dot{E}_{kin}$	Strom kinetischer Energie
F	Durchgangsfläche
F_z	Querschnittsfläche
F_δ	Grenzfläche zwischen Kernströmung und Kondensatfilm
f	allgemeine Bezeichnung einer Funktion
f_j	Koeffizienten in Gl. (3.67)
g	Fallbeschleunigung
$\dot{H}$	Enthalpiestrom
h	spezifische Enthalpie
$\tilde{h}_{ZP}$	spez. Enthalpie nach Gl. (3.97) bei rev. Strömung
$h''-h'$	spezifische Verdampfungsenthalpie

$\dot{i}$	Impulsstrom
j	Exponent
K_j	Koeffizienten in Gl. (A2.1)
k	Wärmedurchgangskoeffizient
ΔL	Länge
$\dot{m}$	Massenstrom
N_j	Koeffizienten in Tabelle 13
Nu	Nusselt-Zahl
P	Leistung
Pe	Péclet-Zahl
p	Druck
Δp	Druckabfall
$\dot{Q}$	Wärmestrom
R	Düsenradius
R_A, R_B, R_C	Düsenkontur-Koeffizienten nach Gl. (3.114)
R_a	äußerer Radius des Ringspaltes
Re	Reynolds-Zahl
S_j	Koeffizienten in Gl. (A2.7)
s	spezifische Entropie; Schlupf
$\tilde{s}_{ZP}$	spez. Entropie nach Gl. (3.96) bei rev. Strömung
T	thermodynamische Temperatur
$\bar{T}_K$	maßgebliche Kondensattemperatur nach Gl. (3.105)
ΔT	Temperaturdifferenz bei der Wärmeübertragung; Temperaturänderung
$\Delta T_\alpha, \Delta T_\beta$	Temperaturdifferenzen nach Bild 4
t	Celsius-Temperatur
Δt	Temperaturdifferenz

U_j	Koeffizienten in Gl.(3.43)
V	Volumen
v	spezifisches Volumen
w	spezifische Nutzarbeit
x	Dampfgehalt
y	Abstand von der Wand
z	Düsenlängskoordinate (Abstand vom Eintrittsquerschnitt der gekühlten Düse)
dz	differentielle Abschnittsbreite
α	Dampfvolumenanteil; Wärmeübergangskoeffizient
α_a	Wärmeübergangskoeffizient im Ringspalt
Γ	Korrekturfaktor in Gl.(3.80)
γ	Geschwindigkeitsbeiwert nach Gl.(2.48)
δ	Kondensatfilmdicke
δ_W	Wanddicke
ϵ	relativer Druckabfall
η	Wirkungsgrad; thermischer Wirkungsgrad; dynamische Viskosität
η_{BO}	isentropen Strömungswirkungsgrad nach Gl.(3.101)
η_D	Düsenwirkungsgrad nach Gl.(3.103)
η_{sND}	isentropen Strömungswirkungsgrad der Kernströmung
η_α	Strömungswirkungsgrad nach Gl.(2.34)
$\eta_{\alpha\beta}$	Strömungswirkungsgrad nach Gl.(2.40)
η_β	Strömungswirkungsgrad nach Gl.(2.41)
$\bar{\eta}_D$	Düsenwirkungsgrad nach Gl.(3.102)
$\bar{\eta}_{DQ}$	Düsenwirkungsgrad nach Gl.(3.100)
θ	dimensionslose Temperatur nach Gl.(A1.2)

λ	Wärmeleitfähigkeit
μ	Massenstromanteil nach Bild 1
ν	kinematische Viskosität
ξ	Widerstandskoeffizient
ρ	Dichte
σ	Kondensationskoeffizient
τ	Schubspannung
ϕ	dimensionslose Kennzahl nach Gl.(3.81)
ψ	Dissipation

Indizes

A	Zustand vor dem Austrittsdiffusor
AD	Austrittsdiffusor
a	Absaugung; außen
B	Bezugszustand (Ausgangszustand)
D	Düse; Dampf
DK	gekühlte Düse
E	Zustand hinter dem Eintrittsdiffusor
ED	Eintrittsdiffusor
F	Flüssigkeit
FD	Flüssigkeitsdüse
gl	gleichwertig
i	innen
j	Zählindex
K	Kühler; Kondensatfilm; Kondensation
Kühl	Kühlmittel
L	Längsordinate im Austrittsquerschnitt der gekühlten Düse

m	mittlerer Wert
max	maximal
ND	Naßdampf
opt	optimal
R	Reaktor; Reibung
RS	Ringspalt
rev	reversibel
s	isentrop; Sättigung
Tr	Tripelpunkt
V	Ende der Vorwärmung; Verlust
W	Wandler; Wandlereintritt; Wand
Wa	zwischen Wandinnenseite und Ringspalt
WD	Wandler-Diffusor-Kombination
ZP	Zweiphasenströmung
z	an der Stelle z; in z-Richtung
δ	an der Kondensatfilmoberfläche
O	Zustand im Eintrittsquerschnitt der gekühlten Düse
1,2,...	Zustände 1,2,...
12	Prozeß vom Zustand 1 zum Zustand 2
o	Bezugszustand
'	Zustand auf der Siedelinie
"	Zustand auf der Taulinie

1. Einleitung

Für die Energieversorgung von Raumflugkörpern sind zahlreiche Systeme vorgeschlagen oder untersucht worden. Dies liegt darin begründet, daß an derartige Energieversorgungssysteme besondere Anforderungen bezüglich der Zuverlässigkeit und der Leistungsmasse gestellt werden. Neben konventionellen sind hier vor allem nicht-konventionelle Energieumwandlungssysteme zu nennen, z.B. magnetohydrodynamische (MHD-) Wandler. Für diese Verfahren der direkten Energieumwandlung sind in mitunter nur abschätzenden Berechnungen relativ kleine thermische Wirkungsgrade ermittelt worden, die in praktischen Anwendungen oft noch beträchtlich unterschritten werden. Ein kleiner Wirkungsgrad hat aber erheblichen Einfluß auf die Leistungsmasse, da er einen großen Abstrahlkühler erforderlich macht, um die dann anfallende große Prozeßabwärme abzuführen. Deshalb hat man eine Verbesserung des thermischen Wirkungsgrades angestrebt, beim MHD-Wandler mit einem flüssigen Metall als Arbeitsmedium z.B. durch Modifizieren der Kreisprozesse. Abweichend von der erwähnten ursprünglich konzipierten Anwendung dieses Wandlers hat Baehr [1] seinen möglichen Einsatz als Vorschaltstufe einer terrestrischen konventionellen Wärmekraftanlage diskutiert.

Den Betrachtungen liegt ein von Radebold [2] vorgeschlagener Flüssigmetall-MHD-Kreisprozeß mit regenerativer

Wärmeübertragung und Einspritzkondensation zugrunde. Bei diesem Prozeß soll das flüssige Metall (Kalium) in einem Kernreaktor erwärmt, in einer Düse beschleunigt und teilweise verdampft werden und nach Kondensation in einem Mischkondensator durch einen MHD-Kanal strömen, in dem eine elektrische Leistung ausgekoppelt wird. Dies geschieht nach dem elektrodynamischen Prinzip: durch die Wechselwirkungerscheinungen zwischen dem Magnetfeld des MHD-Wandlers und dem strömenden, elektrisch leitenden Fluid wird ein elektrisches Feld induziert, so daß in einem geschlossenen Kreis ein Strom fließt. Der von Radebold angegebene Kreisprozeß soll also die Umwandlung von thermischer Energie in mechanische Energie (große Geschwindigkeit bzw. hoher Druck) eines flüssigen Metalls und zuletzt in elektrische Nutzenergie bewirken. Außer dem strömenden flüssigen Metall enthält die Anlage keine bewegten Teile.

Diese Arbeit soll zunächst die thermodynamischen Zusammenhänge des von Radebold vorgeschlagenen Kreisprozesses klären, insbesondere die Abhängigkeit des Wirkungsgrades der Energieumwandlung von den äußeren und inneren Prozeßparametern. Rex [3] gibt an, daß sich mit einem verlustlos arbeitenden MHD-Wandler bei einer oberen Prozeßtemperatur $t = 847^{\circ}\text{C}$ ein thermischer Wirkungsgrad $\eta = 0,099$ erreichen läßt, der sich bei modifizierter Prozeßführung (Unterkühlung des gesamten Massenstromes des flüssigen Metalls!) auf $\eta = 0,147$ steigern läßt. Freund [4] errechnet dagegen bei

einer höheren oberen Prozeßtemperatur $t = 900^{\circ}\text{C}$ einen thermischen Wirkungsgrad $\eta \approx 0,04$ sowie für den Fall der modifizierten Prozeßführung $\eta \approx 0,045$. Diese beträchtlichen Unterschiede im Wirkungsgrad erklären sich im wesentlichen durch die Verwendung verschiedener Modelle für die Zweiphasenströmung in der gekühlten Düse. Während Rex mit einer homogenen Zweiphasenströmung ohne Kondensatfilm rechnet, benutzt Freund ein heterogenes Strömungsmodell (Geschwindigkeitsdifferenzen zwischen Dampf und Flüssigkeitströpfchen!). Allerdings nimmt auch Freund keinen zusammenhängenden Kondensatfilm an der Wand an. Daher soll die vorliegende Arbeit vor allem das Ziel haben, die Beschleunigung und Kondensation der Zweiphasenströmung in der Düse in einem gesonderten Abschnitt zu klären, wobei zur Beschreibung der Zweiphasenströmung wegen der regenerativen Wärmeübertragung ein Kondensationsmodell benutzt wird, das die Kondensation an der Wand und die Bildung eines zusammenhängenden Kondensatfilms annimmt. Der MHD-Prozeß wird lediglich als Ausgangspunkt zur Untersuchung der Düsenströmung betrachtet und dementsprechend nur in relativ knapper Form abgehandelt, da er auf Grund des in Abschnitt 2 berechneten geringen thermischen Wirkungsgrades praktisch uninteressant ist (vgl. auch Baehr [1]).

2. Der Kreisprozeß

2.1 Prozeßführung

Zur Erzeugung elektrischer Energie durch einen Flüssigmetall-MHD-Wandler wird ein Strom flüssigen Metalls mit mechanischer Energie benötigt, die entsprechend dem Typ des Wandlers bei hoher Strömungsgeschwindigkeit oder bei höherem Druck zur Verfügung steht. In dieser Arbeit wird als Wandlertyp der lineare Induktionswandler angenommen, der in den in der Literatur veröffentlichten Forschungsarbeiten gegenüber dem Konstantdruck-Wandler bevorzugt wird. Dieser induktive MHD-Wandler arbeitet bei konstanter, relativ geringer Geschwindigkeit des Arbeitsmediums, wobei die Arbeitsverrichtung durch Abbau des Drucks des flüssigen Metalls geschieht. Um den erforderlichen hohen Druck beim Eintritt in den MHD-Kanal zu erreichen, wird dem eigentlichen MHD-Wandler ein Eintrittsdiffusor vorgeschaltet, in dem das mit der hohen Geschwindigkeit c_7 strömende flüssige Metall aufgestaut wird. Die beim Austritt aus dem MHD-Kanal noch vorhandene kinetische Energie des Arbeitsmediums wird in einem nachgeschalteten Austrittsdiffusor abgebaut, wobei ein Druck erreicht wird, der um den beim Durchströmen des Ringspaltes der gekühlten Düse auftretenden Druckverlust über dem Reaktoreintrittsdruck liegt.

Bild 1 zeigt das Schaltbild der Anlage. Das flüssige Metall gelangt mit hoher Geschwindigkeit im Zustand 7 in den Eintrittsdiffusor, durchströmt den MHD-Kanal, und verläßt

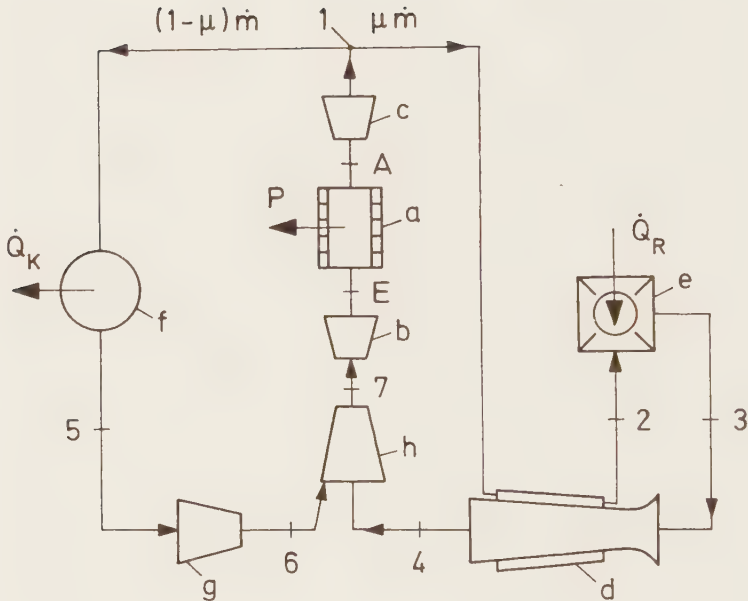


Bild 1: Schaltbild des Flüssigmetall-MHD-Prozesses mit regenerativer Vorwärmung. Es bedeuten:
a: MHD-Wandler; b: Eintrittsdiffusor; c: Austrittsdiffusor; d: gekühlte Düse; e: Reaktor; f: Kühler;
g: Flüssigkeitsdüse; h: Kondensationszone.
 $\dot{m}$: Massenstrom des flüssigen Metalls im Wandler;
P: vom Wandler abgegebene Leistung; $\dot{Q}_R$: im Reaktor zugeführter Wärmestrom; $\dot{Q}_K$: im Kühler abgestrahlter Wärmestrom.

den Austrittsdiffusor im Zustand 1. Anschließend teilt sich der Flüssigkeitsstrom in zwei Teilströme, von denen der eine mit dem Massenstrom $\mu\dot{m}$ zum Reaktor, der andere mit dem Massenstrom $(1-\mu)\dot{m}$ zum Abstrahlkühler geleitet wird.

Der zum Reaktor fließende Teilstrom wird nach dem Austrittsdiffusor zunächst durch den Mantel der gekühlten Düse geleitet, wo er im Gegenstrom zur expandierenden Zweiphasenströmung durch regenerativen Wärmeaustausch von der Temperatur T_1 auf die Vorwärmtemperatur $T_V = T_2$ erwärmt wird. Danach erreicht das flüssige Metall durch Wärmezufuhr im Reaktor die höchste Prozeßtemperatur, die Reaktortemperatur $T_R = T_3$. Um Sieden im Reaktor zu vermeiden, darf diese Erwärmung nur so weit geführt werden, daß der Druck p_3 des Arbeitsmediums beim Austritt aus dem Reaktor noch über dem zur Reaktortemperatur gehörigen Sättigungsdruck liegt: $p_3 > p_s(T_R)$.

Das aus dem Reaktor kommende hoch erhitzte flüssige Metall gelangt anschließend in die gekühlte Düse, die aus drei Zonen besteht: einer ersten adiabaten, einer zweiten gekühlten und einer dritten wiederum adiabaten Zone. In der ersten Zone zerstäubt die Flüssigkeit durch adiabate Expansion bis in das Naßdampfgebiet hinein. Die Expansion muß weit genug in das Zweiphasengebiet hineinführen, damit sich eine Tropfen-Strömung ausbilden kann; trotzdem sind die erreichten Dampfgehalte relativ klein. Die Schallgeschwindigkeit in einer solchen Zweiphasenströmung ist gering, so daß für diesen ersten adiabaten Teil der Düse bereits eine konvergent-divergente Düsenform erforderlich ist. Sinn der Entspannung in das Naßdampfgebiet ist es, Zustände größeren spezifischen Volumens zu erreichen, denn nur dann kann der Kreisprozeß

auch Nutzarbeit abgeben. In der zweiten Zone der gekühlten Düse, an deren Anfang die Zweiphasenströmung eine Temperatur erreicht hat, die um eine zur Wärmeübertragung notwendige Temperaturdifferenz über der Vorwärmtemperatur T_V liegt, expandiert die Zweiphasenströmung weiter unter Wärmeabgabe an die im Ringspalt der Düse strömende Flüssigkeit. Damit verbunden ist eine Kondensation eines Teiles der Gasphase der Kernströmung. Am Ende dieser Zone des regenerativen Wärmeaustausches hat die Zweiphasenströmung eine Temperatur erreicht, die um die zur Wärmeübertragung notwendige Temperaturdifferenz über der Temperatur T_1 liegt, mit der die zum Reaktor zurückströmende Flüssigkeit in den Düsenmantel eintritt. Auf Grund dieser Temperaturdifferenz, aber auch wegen der Irreversibilitäten in der Wandler-Diffusor-Kombination sowie der Verdichtung im Austrittsdiffusor, muß die Zweiphasenströmung in der dritten Zone weiter adiabat entspannt werden, um den Kondensationsdruck $p_4 = p_7$ zu erreichen, unter dem die Vermischung mit dem zweiten Teilstrom flüssigen Metalls in der Kondensationszone stattfindet.

Dieser zweite Teilstrom wurde im Zustand 1 hinter dem Austrittsdiffusor des Wandlers abgezweigt und in den Kühler geleitet, wo er die Abwärme des Kreisprozesses durch Abstrahlen an die Umgebung abgibt und sich dabei auf die tiefste Prozeßtemperatur $T_K = T_5$ abkühlt. Anschließend wird die kalte, noch unter höherem Druck stehende Flüssigkeit in

der Flüssigkeitsdüse beschleunigt, so daß sie mit dem Kondensationsdruck $p_6 = p_7$ in die Kondensationszone eintritt.

In der Kondensationszone werden die auf eine hohe Geschwindigkeit beschleunigte Zweiphasenströmung und die wesentlich langsamere, kalte Flüssigkeit vereinigt. Dabei wird die Flüssigkeit am Anfang der Kondensationszone in Form eines ringförmigen konvergenten Hohlstrahles eingespritzt, so daß das axial strömende Zweiphasengemisch an der inneren Oberfläche des kalten Flüssigkeitshohlstrahles kondensieren und diesen durch Impulsübertragung beschleunigen kann. Die resultierende siedende Flüssigkeit, die im Gegensatz zum Zweiphasengemisch eine für den MHD-Generator erforderliche hohe elektrische Leitfähigkeit hat, strömt mit der Geschwindigkeit $c_7 > c_6$, aber $< c_4$, in den Eintrittsdiffusor des Wandlers. Damit ist der Kreisprozeß geschlossen.

Die Zustandsänderungen des MHD-Kreisprozesses sind in Bild 2 für den Fall idealer Voraussetzungen in einem Druck, Enthalpie-Diagramm dargestellt. Dieser ideale MHD-Prozeß ist dadurch gekennzeichnet, daß mit Ausnahme der Kondensationszone in allen anderen Teilsystemen reversible Prozesse angenommen werden. Dabei werden die Irreversibilitäten durch Vermischung in der Kondensationszone auch nur durch den unter günstigen Bedingungen mit dem Geschwindigkeitsbeiwert $\gamma = 1$ aufgestellten Impulssatz berücksichtigt (vgl. Abschnitt 2.3.7). Die Trennung der drei verschiedenen Zonen

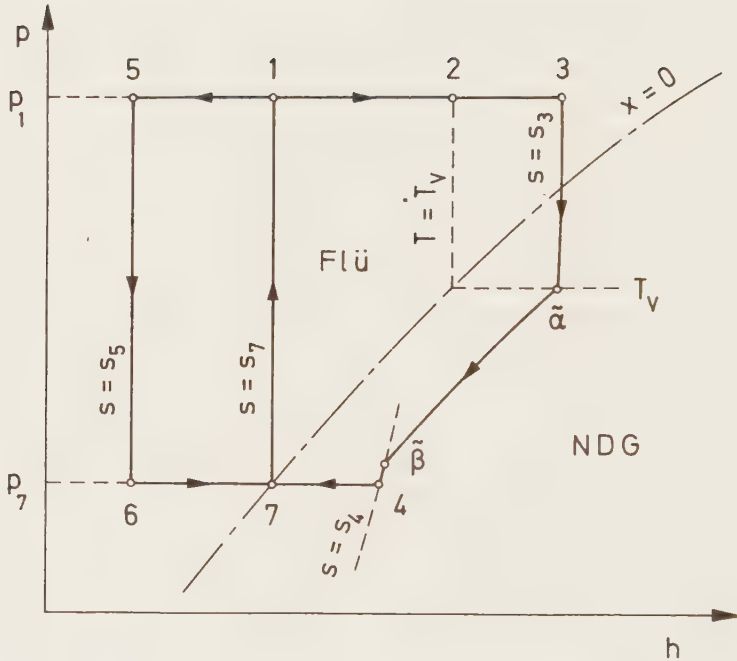


Bild 2: Darstellung des idealen MHD-Prozesses in einem Druck,Enthalpie-Diagramm

der gekühlten Düse wird bei diesem idealen Prozeß durch die Zustandspunkte $\tilde{\alpha}$ und $\tilde{\beta}$ markiert. Der Vorteil des p,h -Diagramms mit logarithmischer Teilung der Ordinatenachse gegenüber einem üblicherweise verwendeten h,s -Diagramm liegt darin, daß die Darstellung der Zustandsänderungen in der Nähe der Siedelinie ($x = 0$) entzerrt wird. Im p,h -Diagramm verlaufen die Isothermen ($T = \text{const}$) und die Isentropen ($s = \text{const}$) im Flüssigkeitsgebiet praktisch senkrecht

und fallen daher mit den Isenthalpen ($h = \text{const}$) zusammen.

Die Besonderheit dieses Kreisprozesses ist die Kondensation eines Zweiphasengemisches mit hoher Geschwindigkeit unter möglichst weitgehender Erhaltung seines mechanischen Energiestromes. Während beim herkömmlichen Dampfturbinen-Kreisprozeß der Dampf vor Eintritt in den Kondensator seine Exergie fast vollständig abgegeben hat, muß bei dem beschriebenen MHD-Kreisprozeß der Stoffstrom vor der Arbeitsverrichtung kondensiert werden, so daß hier der mechanische Wirkungsgrad der Kondensation den Gesamtwirkungsgrad des Kreisprozesses maßgeblich beeinflußt. Damit kommen der Oberflächenkondensation in der gekühlten Düse und der anschließenden Mischkondensation besondere Bedeutung zu.

2.2 Wirkungsgrad und spezifische Nutzarbeit des Kreisprozesses

Jeder Kreisprozeß wird global durch seinen Wirkungsgrad und die spezifische Nutzarbeit gekennzeichnet. Dabei versteht man unter der spezifischen Nutzarbeit

$$w_W = P/\dot{m} \quad (2.1)$$

den Quotienten aus der elektrischen Nutzleistung P des Wandlers und dem durch den Wandler fließenden Massenstrom $\dot{m}$ des Arbeitsmediums. Da die spezifische Nutzarbeit durch diese Definition unabhängig vom umlaufenden Massenstrom des Fluids ist, hat sie eine charakteristische Bedeutung für die Größe

der Anlage.

Der Wirkungsgrad η gibt den Anteil des dem Kreisprozeß zugeführten Wärmestromes an, der in Nutzleistung umgewandelt wird. In der Definitionsgleichung

$$\eta = P/\dot{Q}_R \quad (2.2)$$

bedeutet $\dot{Q}_R$ den vom flüssigen Metall im Reaktor aufgenommenen Wärmestrom. Dieser Wirkungsgrad η wird auch als energetischer oder thermischer Wirkungsgrad bezeichnet. Er umfaßt sämtliche Verluste des Kreisprozesses, also auch die Umwandlungsverluste im MHD-Wandler.

In Abschnitt 2 dieser Arbeit soll die Abhängigkeit insbesondere des Wirkungsgrades aber daneben auch der spezifischen Nutzarbeit von den Parametern des Prozesses durch eine thermodynamische Analyse geklärt werden. Diese Prozeß-Parameter lassen sich in zwei Kategorien einteilen; "äußere" und "innere" Parameter. Äußere Parameter sind u.a. die höchste und die niedrigste Prozeßtemperatur und der Druck hinter dem Austrittsdiffusor des Wandlers. Die inneren Parameter, wie z.B. Druckabfälle und isentrope Strömungswirkungsgrade, kennzeichnen die einzelnen Exergieverluste des Kreisprozesses. Diese Verlustparameter werden durch geeignete Definitionen in die Kreisprozeß-Berechnung eingeführt und, soweit dies möglich ist, mit realistischen Annahmen abgeschätzt. Sofern eine solche Abschätzung nicht ohne weiteres vorgenommen werden kann, weil die betreffenden Teilprozesse weit-

gehend ungeklärt sind, müssen die Verlustparameter in weiten Grenzen numerisch variiert werden, um ihren Einfluß auf den Wirkungsgrad und die spezifische Nutzarbeit darstellen zu können. Dies ist der Fall bei der Mischkondensation und vor allem bei der Kondensation der Zweiphasenströmung in der gekühlten Düse.

Im folgenden Abschnitt 2.3 werden durch Anwendung des ersten und des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik Bilanzgleichungen zur Beschreibung der einzelnen Teilprozesse unter der Voraussetzung aufgestellt, daß alle Zustandsgrößen als Mittelwerte bezüglich des Strömungsquerschnittes aufgefaßt werden. Außerdem werden die Definitionen der Verlustparameter angegeben.

2.3 Die Teilsysteme

2.3.1 Der Wandler mit vor- und nachgeschaltetem Diffusor

Für das adiabate System der Wandler-Diffusor-Kombination ergibt sich aus dem 1. Hauptsatz der Thermodynamik die spezifische Nutzarbeit

$$w_W = (c_7^2/2) + h_7 - h_1 \quad (2.3)$$

mit h als der spezifischen Enthalpie des flüssigen Metalls. Damit sich für die spezifische Nutzarbeit ein positiver Wert ergibt, ist hier von der allgemein üblichen Vorzeichenregelung abgewichen worden. Gl.(2.3) gilt unter der Voraussetzung, daß die sehr geringe kinetische Energie des flüssigen

Metalls hinter dem Austrittsdiffusor vernachlässigt wird ($c_1 = 0$).

Die Verluste in der Wandler-Diffusor-Kombination lassen sich beurteilen, wenn man den realen Prozeß mit dem reversiblen Prozeß vergleicht, bei dem hinter dem Austrittsdiffusor ebenfalls der Druck $p = p_1$ erreicht wird. Die isentrope Zustandsänderung dieses idealen Vergleichsprozesses endet im Zustand $1'$, der durch die Bedingungen

$$s_{1'} = s_7 \quad (2.4)$$

und
$$p_{1'} = p_1 = p \quad (2.5)$$

bestimmt ist (vgl. Bild 3). Abgesehen vom Druck p_E hinter dem Eintrittsdiffusor ist p_1 der höchste Druck des Kreisprozesses und damit eine charakteristische Größe (Prozeß-Parameter). Er ist deshalb einfach mit p bezeichnet worden (vgl. Gl.(2.5)). Mit der spezifischen Nutzarbeit des reversiblen Vergleichsprozesses

$$(w_W)_{\text{rev}} = (c_7^2/2) + h_7 - h_{1'} \quad (2.6)$$

kann man einen isentropen Wirkungsgrad der Wandler-Diffusor-Kombination definieren:

$$\eta_{\text{WD}} = \frac{w_W}{(w_W)_{\text{rev}}} = \frac{(c_7^2/2) + h_7 - h_1}{(c_7^2/2) + h_7 - h_{1'}} \quad (2.7)$$

Mit diesem einzigen Wirkungsgrad η_{WD} werden sämtliche Verluste im MHD-Wandler sowie in den beiden Diffusoren

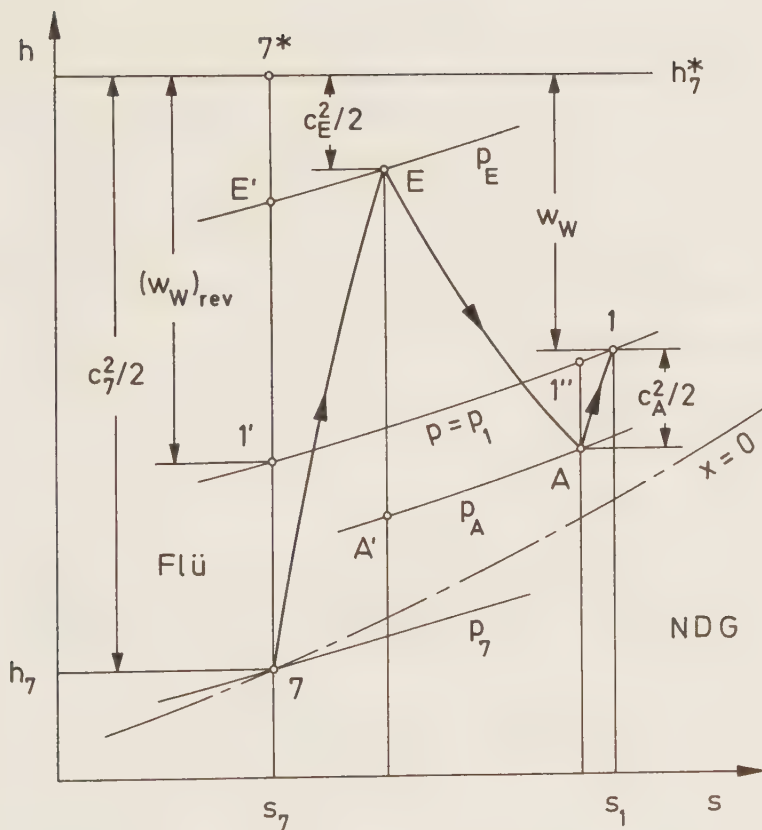


Bild 3: Darstellung der Zustandsänderungen des flüssigen Metalls in der Wandler-Diffusor-Kombination in einem h,s -Diagramm

beschrieben. Er gilt nicht nur für den hier zugrunde gelegten induktiven MHD-Wandler sondern allgemein für jeden adiabaten Wandler.

An Stelle dieser allgemeinen Form kann man für die in Bild 1 dargestellte Wandler-Diffusor-Kombination eine detaillierte Beschreibung der Verluste verwenden. Dabei wird für den Eintrittsdiffusor, den Wandler und für den Austrittsdiffusor jeweils ein eigener Wirkungsgrad angegeben. Für den Eintrittsdiffusor, in dem das flüssige Metall von der hohen Geschwindigkeit c_7 auf die durch den Wandler vorgegebene Eintrittsgeschwindigkeit c_E verzögert wird, wobei der hohe Aufstaudruck p_E erreicht wird, gilt nach dem ersten Hauptsatz:

$$h_E = h_7 + (c_7^2/2) - (c_E^2/2) . \quad (2.8)$$

Die bei dieser Verdichtung infolge Verzögerung auftretenden Verluste werden durch den isentropen Wirkungsgrad des Eintrittsdiffusors

$$\eta_{ED} = \frac{h_{E'} - h_7}{h_E - h_7} \quad (2.9)$$

gekennzeichnet. Hierin ist mit E' der Austrittszustand eines reversibel arbeitenden Diffusors bezeichnet worden. Mit den Gln.(2.8) und (2.9) kann unter Verwendung einer Zustandsgleichung der Zustand E des flüssigen Metalls hinter dem Eintrittsdiffusor vollständig berechnet werden, sofern h_7 , c_7 , c_E und η_{ED} gegeben sind.

Im Wandler wird unter Arbeitsverrichtung der Druck des Arbeitsmediums von p_E auf einen solchen Wert p_A abgebaut,

daß im nachfolgenden Austrittsdiffusor gerade der Druck $p = p_1$ erreicht wird. Für die vom Wandler abgegebene spezifische Nutzarbeit gilt:

$$w_W = h_E + (c_E^2/2) - h_A - (c_A^2/2) . \quad (2.10)$$

Zum Vergleich wird ein reversibel arbeitender Wandler herangezogen, den das flüssige Metall bei isentroper Zustandsänderung mit dem Austrittszustand A' , der durch die Bedingungen

$$s_{A'} = s_E \quad (2.11)$$

$$\text{und} \quad p_{A'} = p_A \quad (2.12)$$

festgelegt ist, verläßt (vgl. Bild 3). Damit kann man für den Wandler den isentropen Wirkungsgrad

$$\eta_W = \frac{h_E + (c_E^2/2) - h_A - (c_A^2/2)}{h_E + (c_E^2/2) - h_{A'} - (c_{A'}^2/2)} \quad (2.13)$$

definieren.

Anschließend wird im Austrittsdiffusor die kinetische Energie des Arbeitsmediums am Wandleraustritt vollständig abgebaut, um den Druck $p = p_1$ zu erreichen. Mit dem ersten Hauptsatz gilt dann:

$$h_1 = h_A + (c_A^2/2) , \quad (2.14)$$

wobei wieder die Geschwindigkeit c_1 vernachlässigt wurde. Analog zum Eintrittsdiffusor wird zur Kennzeichnung der

Verluste der isentrope Wirkungsgrad des Austrittsdiffusors

$$\eta_{AD} = \frac{h_{1''} - h_A}{h_1 - h_A} \quad (2.15)$$

definiert. Hier ist mit $1''$ wieder der Austrittszustand eines reversibel arbeitenden Diffusors bezeichnet worden (vgl. Bild 3), so daß für die Enthalpie hinter dem verlustfreien Austrittsdiffusor gilt:

$$h_{1''} = h(p_1, s_A) . \quad (2.16)$$

Mit den Gln.(2.8) bis (2.16) kann, sofern die benötigten Daten gegeben sind, der Zustand E hinter dem Eintrittsdiffusor einfach berechnet werden, während eine Berechnung der Zustände A und 1 nur iterativ möglich ist, da der Druck p_A hinter dem Wandler, der auch von der nachfolgenden Verzögerung im Austrittsdiffusor abhängig ist, zunächst nicht bekannt ist.

Zur Kennzeichnung der Wandler-Diffusor-Kombination werden also fünf Parameter benötigt: die drei Wirkungsgrade η_{ED} , η_W und η_{AD} sowie die beiden Geschwindigkeiten c_E und c_A . Eine wesentlich einfachere Beschreibung der Verluste im Wandler ist dadurch möglich, daß man diese fünf Parameter zu einem einzigen Wirkungsgrad η_{WD} , wie er in Gl.(2.7) definiert wurde, zusammenfaßt.

2.3.2 Der Mantel der gekühlten Düse

Der hinter dem Austrittsdiffusor abgezweigte Massenstrom $\dot{m}$ wird im Mantel der gekühlten Düse durch regenerativen Wärmeaustausch von der Temperatur T_1 auf die Vorwärmtemperatur $T_2 = T_V$ erwärmt. Dabei nimmt er den Wärmestrom

$$\dot{Q}_{12} = \dot{m} (h_2 - h_1) \quad (2.17)$$

auf.

Im Ringspalt der gekühlten Düse treten Strömungsverluste auf, die den Druckabfall

$$\Delta p_D = p_1 - p_2 = p - p_2 = \varepsilon_D p \quad (2.18)$$

bewirken. Durch Gl.(2.18) ist ein relativer Druckabfall im Mantel der gekühlten Düse ε_D definiert worden, der eine einfache Abschätzung der Strömungsverluste erlaubt. Damit strömt das flüssige Metall unter dem Druck

$$p_2 = (1 - \varepsilon_D) p \quad (2.19)$$

in den Reaktor.

2.3.3 Der Reaktor

Im Reaktor wird das Arbeitsmedium von der Vorwärmtemperatur T_V auf die höchste Prozeßtemperatur $T_3 = T_R$ erwärmt, wobei der Zustand 3 noch im Flüssigkeitsgebiet liegen soll, damit im Reaktor kein Sieden stattfindet. Bei dieser

Erwärmung wird dem flüssigen Metall der Wärmestrom

$$\dot{Q}_R = \mu \dot{m} (h_3 - h_2) \quad (2.20)$$

zugeführt.

Das Durchströmen des Reaktors ist mit dem Druckabfall

$$\Delta p_R = p_2 - p_3 = \epsilon_R p \quad (2.21)$$

verbunden. Hier ist analog zu Abschnitt 2.3.2 ein relativer Druckabfall im Reaktor ϵ_R definiert worden. Am Reaktoraustritt steht das flüssige Metall unter dem Druck

$$p_3 = (1 - \epsilon_D - \epsilon_R) p. \quad (2.22)$$

2.3.4 Die gekühlte Düse

Aus dem Reaktor strömt das flüssige Metall in die gekühlte Düse. Die Zustandsänderungen, die das Arbeitsmedium hier vollzieht, sind in Bild 4 dargestellt. Der reale (verlustbehaftete) Prozeß in der Düse wird durch die Zustandsänderung $3\alpha\beta 4$ gekennzeichnet. Der reversible Idealprozeß, bei dem keine Entropieproduktion stattfindet, wird durch den Zustandsverlauf $3\tilde{\alpha}\tilde{\beta} 4'$ markiert. Außerdem ist in Bild 4 noch die Zustandsänderung 12 der im Gegenstrom durch den Düsenmantel fließenden Flüssigkeit eingezeichnet.

Beim reversiblen Idealprozeß expandiert das Arbeitsmedium zunächst isentrop vom Zustand 3 bis in das Naßdampfgebiet

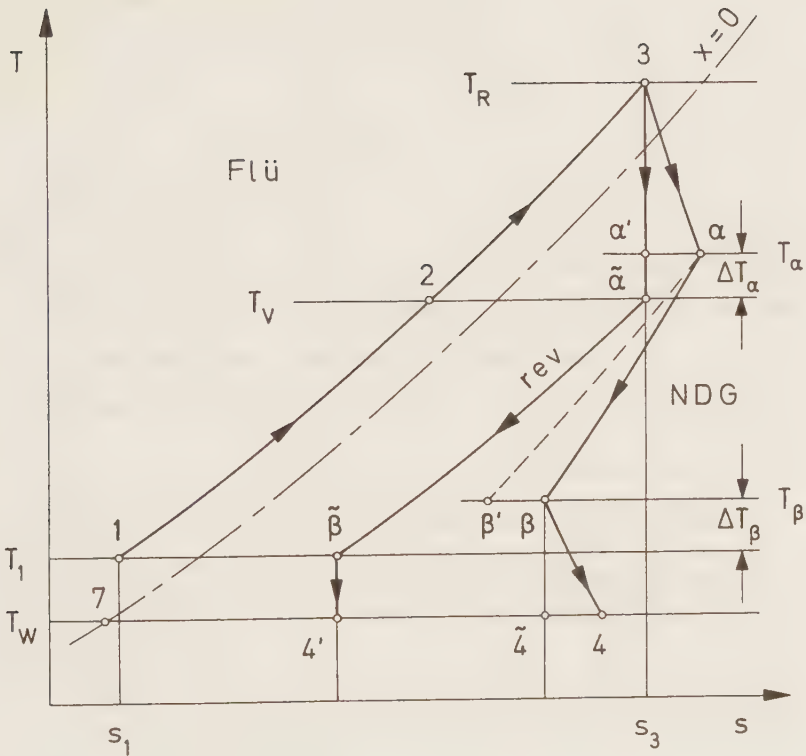


Bild 4: T,s-Diagramm zur Darstellung der Zustandsänderungen des Arbeitsmediums in der gekühlten Düse

hinein, wo es im Zustand $\tilde{\alpha}$ die Temperatur $T_{\tilde{\alpha}} = T_V$ erreicht. Die zweite Zone des regenerativen Wärmeaustausches zwischen der Zweiphasenströmung und der vorzuwärmenden Flüssigkeit ist in diesem Idealfall dadurch gekennzeichnet, daß sich die Entropie der beiden Stoffströme insgesamt nicht verändert, da keine Irreversibilitäten infolge Reibung und keine

Temperaturdifferenzen zwischen den Stoffströmen senkrecht zur Strömungsrichtung auftreten sollen:

$$s_{\alpha} - s_{\beta} = s_3 - s_4 = s_2 - s_1 . \quad (2.23)$$

Die am Ende dieser zweiten Zone erreichte Temperatur $T_{\beta} = T_1$ ist etwas größer als die Kondensationstemperatur T_7 , so daß sich in der dritten Zone eine weitere isentrope Expansion auf den Kondensationsdruck p_7 anschließt, die im Zustand 4' endet. Eine Energiebilanz für die ganze gekühlte Düse liefert für den hier zunächst behandelten reversiblen Idealfall die Beziehung

$$h_4 + (c_4^2/2) - h_3 = h_1 - h_2 \quad (2.24)$$

unter der Bedingung, daß neben der Geschwindigkeit c_1 auch c_2 und c_3 vernachlässigt werden. Da der Zustand 4' auf der Naßdampfisotherme $T = T_7$, die in Bild 4 wegen ihrer charakteristischen Bedeutung für den MHD-Prozeß als Wandler-eintrittstemperatur T_W bezeichnet worden ist, liegt, gilt hier für die Enthalpie:

$$h_4 = h_7 + T_7 \cdot (s_4 - s_7) . \quad (2.25)$$

Aus diesen drei Gleichungen (2.23), (2.24) und (2.25) ist die Düsenaustrittsgeschwindigkeit c_4 für den reversiblen Idealfall berechenbar, sofern die anderen hier genannten Zustände bekannt sind.

Unter realen Verhältnissen wird am Düsenende eine klei-

nere Geschwindigkeit c_4 erreicht, so daß man den Wirkungsgrad

$$\eta_{DK} = \frac{(c_4^2/2)}{(c_{4,1}^2/2)} \quad (2.26)$$

der gekühlten Düse definieren kann, mit dem alle auftretenden Verluste zusammenfassend gekennzeichnet sind. Diese Verluste entstehen infolge Geschwindigkeitsdifferenzen in der Zweiphasenströmung, Reibung an der Düsenwand sowie Temperaturdifferenzen bei der Wärmeübertragung.

Da die Düse aus drei verschiedenen Zonen besteht (vgl. Abschnitt 2.1), können die Irreversibilitäten auch hier wieder detailliert erfaßt werden. Dazu werden einmal am Anfang und am Ende des gekühlten Teiles der Düse die Temperaturdifferenzen

$$\Delta T_\alpha = T_\alpha - T_V \quad (2.27)$$

und $\Delta T_\beta = T_\beta - T_1 \quad (2.28)$

berücksichtigt, die zur Wärmeübertragung von der Zweiphasenströmung auf die Flüssigkeit im Ringspalt erforderlich sind (vgl. Bild 4). Außerdem werden die Irreversibilitäten der Zweiphasenströmung getrennt für die drei Zonen durch drei Strömungswirkungsgrade gekennzeichnet. Für die erste adiabate Zone ergibt sich aus dem 1. Hauptsatz:

$$h_3 = h_\alpha + (c_\alpha^2/2) = h_\alpha + (c_{\alpha,1}^2/2) . \quad (2.29)$$

Außerdem gilt für die Zustände im Naßdampfgebiet:

$$h_{\alpha} = h'(T_{\alpha}) + T_{\alpha} \cdot [s_{\alpha} - s'(T_{\alpha})] \quad (2.30)$$

und

$$h_{\alpha'} = h'(T_{\alpha}) + T_{\alpha} \cdot [s_3 - s'(T_{\alpha})] , \quad (2.31)$$

wobei Gl.(2.31) die Bedingungen

$$s_{\alpha'} = s_3 \quad (2.32)$$

und

$$T_{\alpha'} = T_{\alpha} \quad (2.33)$$

zugrunde liegen. Zur Erfassung der Strömungsverluste in dieser ersten Zone wird der Wirkungsgrad

$$\eta_{\alpha} = \frac{(c_{\alpha}^2/2)}{(c_{\alpha'}^2/2)} = \frac{(c_{\alpha}^2/2)}{h_3 - h_{\alpha'}} \quad (2.34)$$

definiert. Für den zweiten gekühlten Teil der Düse wird zum Vergleich die Zustandsänderung $\alpha\beta'$ bei reibungsfreier Strömung herangezogen (vgl. Bild 4). Hier folgt aus dem ersten Hauptsatz:

$$h_{\beta'} + (c_{\beta'}^2/2) - h_{\alpha} - (c_{\alpha}^2/2) = h_1 - h_2 = \int_{\alpha}^{\beta'} T(s) ds . \quad (2.35)$$

Die Zustandslinie $T(s)$ der reibungsfreien Zweiphasenströmung ist nicht bekannt, so daß über ihren Verlauf eine Annahme getroffen werden muß, die damit ein Teil der in Gl.(2.40) angegebenen Definition des Strömungswirkungsgrades $\eta_{\alpha\beta}$ ist. Da die Zweiphasenströmung in regenerativem Wärmeaustausch

mit dem im Gegenstrom durch den Düsenmantel fließenden flüssigen Metall steht, wird für diese Zustandslinie formal der gleiche Ansatz gewählt, der für eine Flüssigkeit mit konstanter spezifischer Wärmekapazität c_p und unter konstantem Druck gilt:

$$T(s) = T_\beta \cdot \exp\left(\frac{s - s_{\beta'}}{C}\right) . \quad (2.36)$$

Hierin wird die Konstante C so bestimmt, daß auch der Zustand α die Gleichung (2.36) erfüllt. Mit der Zustandslinie

$$T(s) = T_\beta \cdot \exp\left(\frac{s - s_{\beta'}}{s_\alpha - s_{\beta'}} \ln \frac{T_\alpha}{T_\beta}\right) \quad (2.37)$$

wird auch das Integral in Gl.(2.35) berechenbar:

$$h_1 - h_2 = T_\beta \frac{s_\alpha - s_{\beta'}}{\ln(T_\alpha/T_\beta)} \left(1 - \frac{T_\alpha}{T_\beta}\right) . \quad (2.38)$$

Mit s_β , aus Gl.(2.38) und

$$h_{\beta'} = h'(T_\beta) + T_\beta \cdot [s_{\beta'} - s'(T_\beta)] \quad (2.39)$$

erhält man aus Gl.(2.35) die Geschwindigkeit c_β . Damit kann man für den gekühlten Teil der Düse den Wirkungsgrad

$$\eta_{\alpha\beta} = \frac{(c_\beta^2/2) - (c_\alpha^2/2)}{(c_{\beta'}^2/2) - (c_\alpha^2/2)} \quad (2.40)$$

definieren. Entsprechend werden die Strömungsverluste in der dritten wiederum adiabaten Zone durch den Wirkungsgrad

$$\eta_{\beta} = \frac{(c_{\tilde{4}}^2/2) - (c_{\beta}^2/2)}{(c_{\tilde{4}}^2/2) - (c_{\beta}^2/2)} \quad (2.41)$$

erfaßt. Dabei wird der Zustand $\tilde{4}$ auf der Naßdampfisotherme $T = T_W$ durch isentrope Expansion vom Zustand β aus erreicht. Der Rechengang für diese dritte Zone erfolgt analog zu den Gleichungen (2.29) bis (2.33).

Zur Kennzeichnung der Verluste in der gekühlten Düse werden also ebenfalls fünf Parameter benötigt: die drei Strömungswirkungsgrade η_{α} , $\eta_{\alpha\beta}$ und η_{β} sowie die beiden Temperaturdifferenzen ΔT_{α} und ΔT_{β} . Auch hier ist wieder eine wesentliche Vereinfachung dadurch zu erreichen, daß man die Auswirkungen dieser fünf Parameter in einem einzigen Wirkungsgrad η_{DK} zusammenfaßt.

2.3.5 Der Kühler

Der zweite hinter dem Austrittsdiffusor des MHD-Wandlers abgezweigte Massenstrom $(1-\mu)\dot{m}$ gibt im Abstrahlkühler den Wärmestrom

$$\dot{Q}_K = (1 - \mu) \dot{m} (h_1 - h_5) \quad (2.42)$$

ab (vgl. Bild 1).

Der Druckabfall im Kühler wird mit

$$\Delta p_K = p_1 - p_5 = p - p_5 = \epsilon_K p \quad (2.43)$$

berücksichtigt, wobei mit ϵ_K der relative Druckabfall im Abstrahlkühler bezeichnet worden ist. Die Geschwindigkeit c_5 wird ebenso wie c_1 vernachlässigt.

2.3.6 Die Flüssigkeitsdüse

In der Flüssigkeitsdüse expandiert die aus dem Kühler kommende Flüssigkeit auf den Kondensationsdruck p_7 , wobei es die Düse mit der spezifischen kinetischen Energie

$$(c_6^2/2) = h_5 - h_6 \quad (2.44)$$

verläßt. Die bei der Expansion durch Reibung verursachten Verluste werden durch den Wirkungsgrad der Flüssigkeitsdüse

$$\eta_{FD} = \frac{(c_6^2/2)}{(c_{6'}^2/2)} = \frac{(c_6^2/2)}{h_5 - h_{6'}} \quad (2.45)$$

erfaßt. Mit $6'$ ist der Zustand bezeichnet worden, der bei isentroper Expansion mit $s_{6'} = s_5$ auf den Druck p_7 erreicht würde.

2.3.7 Die Kondensationszone

In der adiabaten Kondensationszone werden die Zweiphasenströmung im Zustand 4 und die kalte Flüssigkeit im Zustand 6 beim konstanten Kondensationsdruck p_7 gemischt, so daß der resultierende Zustand 7 gerade auf der Siedelinie liegt (vgl. Bild 2). Hierfür folgt aus dem ersten Hauptsatz:

$$h_7 + \frac{c_7^2}{2} = \mu (h_4 + \frac{c_4^2}{2}) + (1 - \mu) (h_6 + \frac{c_6^2}{2}) . \quad (2.46)$$

Außerdem erhält man durch Anwendung des Impulssatzes auf die Kondensationszone:

$$\tilde{c}_7 = \mu c_4 + (1 - \mu) c_6 . \quad (2.47)$$

Gl.(2.47) gilt unter den Voraussetzungen, daß am Kontrollraum um die Kondensationszone keine Kräfte angreifen und die drei Geschwindigkeitsvektoren nur jeweils eine axiale Komponente haben. Mit $\tilde{c}_7$ ist die unter diesen Voraussetzungen sich ergebende Austrittsgeschwindigkeit aus der Kondensationszone bezeichnet worden. Da der Geschwindigkeitsvektor $\vec{c}_6$ auch eine radiale Komponente hat und auf Grund von Reibungsverlusten kann nur eine kleinere Austrittsgeschwindigkeit c_7 erreicht werden. Hier kann man jetzt einen Geschwindigkeitsbeiwert

$$\gamma = c_7 / \tilde{c}_7 \quad (2.48)$$

definieren, um die Verluste in der Kondensationszone zu kennzeichnen. Unter Berücksichtigung von Gl.(2.48) ergibt sich dann durch Elimination des Massenstromverhältnisses μ aus den Gln.(2.46) und (2.47) die Austrittsgeschwindigkeit des flüssigen Metalls aus der Kondensationszone:

$$c_7 = - \left[\frac{1}{\gamma^2} \left(\frac{h_4 - h_6}{c_4 - c_6} + \frac{c_4 + c_6}{2} \right)^2 - 2c_6 \left(\frac{h_4 - h_6}{c_4 - c_6} + \frac{c_4}{2} \right) - 2(h_7 - h_6) \right]^{1/2} + \frac{1}{\gamma} \left(\frac{h_4 - h_6}{c_4 - c_6} + \frac{c_4 + c_6}{2} \right) . \quad (2.49)$$

2.4 Ablauf und Ergebnisse der Kreisprozeßberechnung

Mit den in Abschnitt 2.3 angegebenen Gleichungen, die die Prozesse in den einzelnen Teilsystemen beschreiben, ist der Kreisprozeß einer Berechnung im Sinne einer thermodynamischen Untersuchung zugänglich. Hierfür ist außerdem die Kenntnis einiger thermodynamischer Eigenschaften des Arbeitsmediums erforderlich. Es werden lediglich der Dampfdruck des Arbeitsmediums $p_s(T)$ als Funktion der Temperatur T sowie die spezifische Enthalpie $h(T,p)$ und die spezifische Entropie $s(T,p)$ als Funktionen der Temperatur T und des Druckes p jeweils im Flüssigkeitsgebiet benötigt. Diese thermodynamischen Funktionen sind für das Arbeitsmedium Kalium in Anhang 1 angegeben. Damit können der Wirkungsgrad und die spezifische Nutzarbeit des Kreisprozesses berechnet werden, sofern für sämtliche äußeren und inneren Prozeßparameter feste Werte vorgegeben werden.

Die Berechnung des Kreisprozesses erfolgt mit einem Rechenprogramm. Im Ablauf dieses Programms treten zwei ineinander geschachtelte Iterationen auf, die zur Berechnung der gekühlten Düse, der Kondensationszone und des Wandlers ausgeführt werden müssen. Bei Verwendung des einen Wirkungsgrades η_{WD} zur Beschreibung der Verluste in der Wandler-Diffusor-Kombination entfällt die innere Iterationsschleife. Nach Ausführung dieser Iteration(en) können alle anderen Zustandsgrößen direkt berechnet werden, wenn man davon absieht, daß die Temperatur in einigen Zuständen nur mit einem

Näherungsverfahren bestimmt werden kann.

Natürlich wäre es vorzuziehen, eine Kreisprozeßberechnung auf der Grundlage sicherer Kenntnisse und vernünftiger Annahmen durchzuführen. Das ist hier jedoch nicht von vornherein vollständig möglich. Die Parameter-Untersuchung bietet da die Möglichkeit, eine Abschätzung des Wirkungsgrades und der spezifischen Nutzarbeit durch Variation der Prozeß-Parameter in sinnvollen Grenzen vorzunehmen. Allerdings ist das wegen der großen Anzahl von Parametern recht kompliziert. Bei der detaillierten Beschreibung ist der Prozeß von insgesamt zwanzig Parametern, sieben äußeren und dreizehn inneren, abhängig. Die äußeren Parameter sind: die Reaktortemperatur T_R , die Kühlertemperatur T_K , die Wandlereintrittstemperatur T_W , die Vorwärmtemperatur T_V , der Druck p hinter dem Austrittsdiffusor sowie die Geschwindigkeiten c_E und c_A am Wandler-Eintritt und -Austritt. Dazu kommen die inneren Parameter: die relativen Druckabfälle ϵ_D im Mantel der gekühlten Düse, ϵ_R im Reaktor und ϵ_K im Kühler, der Wirkungsgrad η_{FD} der Flüssigkeitsdüse, der Wandlerwirkungsgrad η_W , die Diffusorwirkungsgrade η_{ED} und η_{AD} , die Strömungswirkungsgrade η_α , $\eta_{\alpha\beta}$ und η_β der gekühlten Düse, die hier bei der Wärmeübertragung auftretenden Temperaturdifferenzen ΔT_α und ΔT_β sowie der Geschwindigkeitsbeiwert γ der Kondensationszone. Selbst wenn man die Verluste in der Wandler-Diffusor-Kombination pauschal durch den isentropen Wirkungsgrad η_{WD} und in der gekühlten Düse entsprechend durch den

Wirkungsgrad η_{DK} erfaßt, bleiben noch fünf äußere und sieben innere, also insgesamt noch zwölf Parameter.

Damit die Kreisprozeßberechnung nicht zu unübersichtlich wird, muß man sich überlegen, welchen Parametern feste Werte zugewiesen werden können und welche variiert werden müssen. Für die wichtigsten äußeren Parameter, die Reaktortemperatur T_R und die Kühllertemperatur T_K , kann man in erster Linie "Standard-Werte" annehmen, vgl. Radebold [2]. Außerdem werden T_R und T_K verändert, um ihren Einfluß auf den Wirkungsgrad und die spezifische Nutzarbeit darzustellen. Die Wandlereintrittstemperatur T_W und die Vorwärmtemperatur T_V können bezüglich des Wirkungsgrades oder der spezifischen Nutzarbeit optimiert werden, so daß man beide Temperaturen durch die Wahl eines Optimierungskriteriums festlegen kann. Testrechnungen zeigen, daß es thermodynamisch vorteilhaft ist, den Druck p hinter dem Austrittsdiffusor möglichst niedrig zu wählen. Die beiden verbleibenden äußeren Parameter, die Geschwindigkeiten c_E und c_A am Wandler-Eintritt und -Austritt, werden durch die Konstruktion des Wandlers festgelegt. Sie werden im Rahmen dieser Kreisprozeßberechnung als bekannt angesehen. Bei der Abschätzung der inneren Parameter kann man zunächst für die relativen Druckabfälle ϵ_D , ϵ_R und ϵ_K sowie die Diffusorwirkungsgrade η_{ED} und η_{AD} und den Wirkungsgrad η_{FD} der Flüssigkeitsdüse feste Werte annehmen, da sie bekannte Strömungsprozesse kennzeichnen. Die noch verbleibenden Verlustparameter sind die für diesen Kreisprozeß

wichtigsten, da sie mehr oder weniger weitgehend ungeklärte Prozesse beschreiben. Den Wandlerwirkungsgrad η_W kann man immerhin aus mehreren Literaturangaben abschätzen. Die Hohlstrahlkondensation ist dagegen noch nicht endgültig geklärt, so daß über den Geschwindigkeitsbeiwert γ keine verlässliche Angabe gemacht werden kann. Dieser Parameter γ muß daher im Rahmen der Kreisprozeßberechnung variiert werden. Zwar gibt es eine Modellrechnung zur Hohlstrahlkondensation von Michel [5], die den Bereich der Werte, die γ annehmen kann, abgrenzt; dennoch bestehen erhebliche Bedenken, ob diese Angaben durch einen praktischen Versuch bestätigt werden können. Desgleichen kann über die Beschleunigung und Kondensation der Zweiphasenströmung in der gekühlten Düse keine sichere Aussage gemacht werden, so daß die hier eingeführten Parameter η_α , $\eta_{\alpha\beta}$, η_β , ΔT_α und ΔT_β in weiten Grenzen variiert werden müssen, um ihren Einfluß auf den Wirkungsgrad und die spezifische Nutzarbeit festzustellen. Um eine bessere Abschätzung des interessantesten dieser fünf Parameter, $\eta_{\alpha\beta}$, zu ermöglichen, wird in Abschnitt 3 die Kondensation der Zweiphasenströmung strömungsmechanisch und thermodynamisch untersucht. Zum Vergleich stehen hier außerdem die von Freund [4] nach einem anderen Strömungsmodell berechneten Ergebnisse zur Verfügung. Im Zusammenhang mit dem Wirkungsgrad $\eta_{\alpha\beta}$ stehen natürlich die Temperaturdifferenzen ΔT_α und ΔT_β . Die beiden anderen Strömungswirkungsgrade η_α und η_β sind dagegen weniger problematisch, wie im Verlauf dieses Abschnittes 2.4 noch erläutert wird.

Einen Überblick über den Umfang der in den einzelnen Teilsystemen auftretenden Verluste gibt Bild 5. Hier ist zunächst das einfache Berechnungsmodell, das die Verluste in der Wandler-Diffusor-Kombination sowie der gekühlten Düse pauschal durch jeweils einen Parameter kennzeichnet, verwendet worden. Als äußere Parameter wurden die "Standard-Werte" $t_R = 900\text{ }^{\circ}\text{C}$ und $t_K = 450\text{ }^{\circ}\text{C}$ zugrunde gelegt, vgl. Radebold [2], außerdem $t_V = 820\text{ }^{\circ}\text{C}$ und $p = 10\text{ bar}$. In Bild 5 ist der Wirkungsgrad η als Funktion der Wandlereintrittstemperatur t_W für verschiedene Verlustparameter-Kombinationen, die in Tabelle 1 angegeben sind, dargestellt. Die obere Grenze der erreichbaren Wirkungsgrade wird durch den Idealprozeß (keine Druckabfälle, alle anderen Verlustparameter haben den Zahlenwert 1) bestimmt (Kurve A). Es ist zu sehen, daß die Druckverluste nur eine geringfügige Wirkungsgradverminderung bewirken (Kurve B). Auch der Einfluß von η_{FD} ist nicht sehr bedeutend (Kurve C). Dagegen ist mit den Parametern η_{WD} , γ und η_{DK} jeweils eine erhebliche Wirkungsgradabsenkung verbunden (Kurven D bis K). Dies ist bereits aus einer Variation dieser Parameter zu erkennen, ohne eine genauere Aussage über ihre Zahlenwerte zu machen.

Beim verlustbehafteten MHD-Prozeß gibt es sowohl eine optimale Wandlereintrittstemperatur t_W (vgl. Bild 5) als auch eine optimale Vorwärmtemperatur t_V , für die der Wirkungsgrad η einen maximalen Wert annimmt. Neben einem ausgezeichneten Wertepaar $(t_W, t_V)_{\text{opt}}$, bei dem der Wirkungsgrad bei

	ϵ_D	ϵ_R	ϵ_K	η_{FD}	η_{WD}	γ	η_{DK}
A	0	0	0	1	1	1	1
B	0,1	0,05	0,05	1	1	1	1
C	0	0	0,05	0,8	1	1	1
D	0,1	0,05	0,05	0,8	0,6	1	1
E	0,1	0,05	0,05	0,8	0,6	0,9	1
F	0,1	0,05	0,05	0,8	0,6	0,8	1
G	0,1	0,05	0,05	0,8	0,6	0,8	0,85
H	0,1	0,05	0,05	0,8	0,6	0,8	0,7
J	0,1	0,05	0,05	0,8	0,6	0,8	0,6
K	0,1	0,05	0,05	0,8	0,6	0,8	0,5

Tabelle 1: Verlustparameter für die in Bild 5 dargestellten Beispiele

konstant gehaltenen übrigen Parametern seinen höchsten Wert $\eta_{\max}$ erreicht, existiert entsprechend auch ein anderes Wertepaar $(t_W, t_V)_{\text{opt}}$ mit einem Maximum der spezifischen Nutzarbeit $(w_W)_{\max}$. Für $t_R = 900^\circ\text{C}$, $t_K = 450^\circ\text{C}$, $p = 10$ bar und die Verlustparameter-Kombination K (vgl. Tabelle 1) wird das Wirkungsgradmaximum mit $\eta_{\max} = 0,028$ und $w_W = 0,76$ kJ/kg bei $t_W = 539^\circ\text{C}$ und $t_V = 843^\circ\text{C}$ erreicht; dagegen liegt das Maximum der spezifischen Nutzarbeit mit $(w_W)_{\max} = 1,17$ kJ/kg und dem zugehörigen Wirkungsgrad $\eta = 0,020$ bei $t_W = 605^\circ\text{C}$ und $t_V = 758^\circ\text{C}$. Eine gleichzeitige Optimierung des Wirkungsgrades und der spezifischen Nutzarbeit ist also nicht möglich.

Zur genaueren Untersuchung der Verluste in der gekühlten

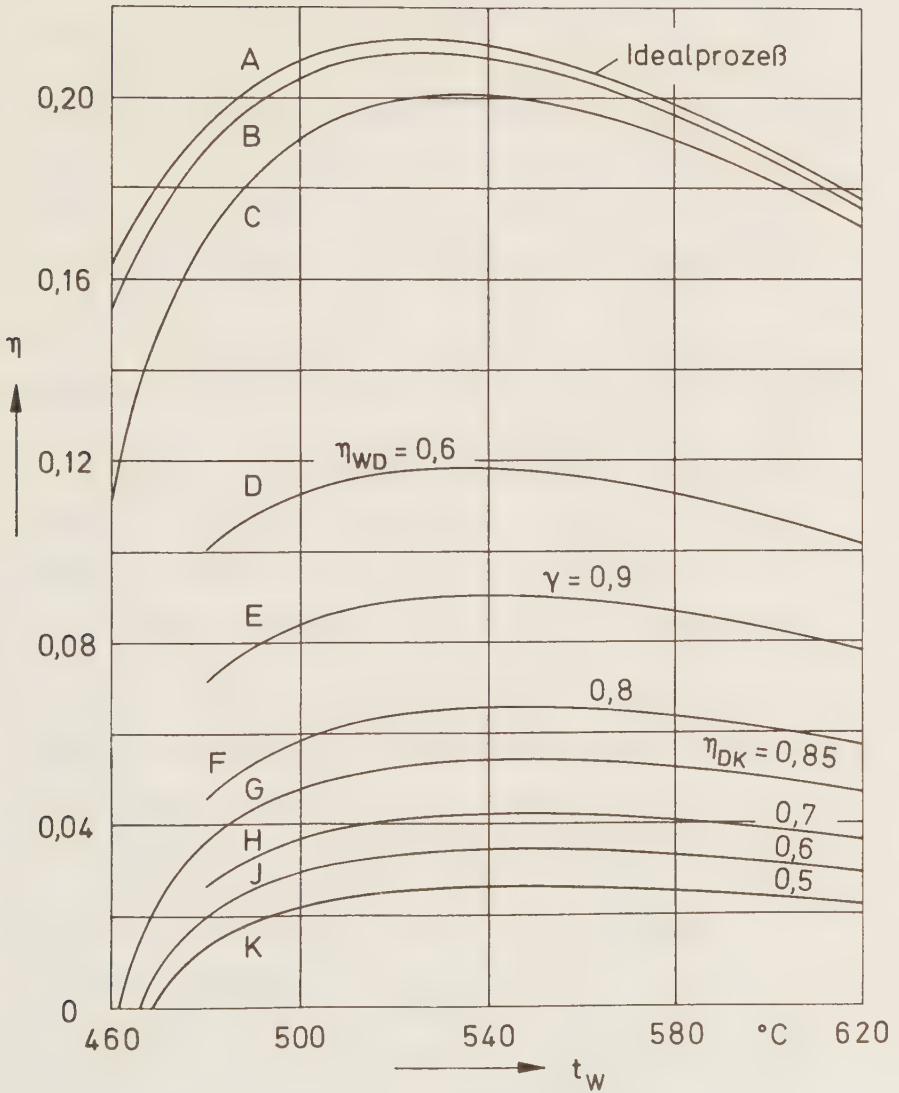


Bild 5: Wirkungsgrad η als Funktion der Wandlereintritts-
temperatur t_W für $t_R=900$ °C, $t_K=450$ °C, $t_V=820$ °C,
 $p=10$ bar. Die Kurven A bis K gelten für die in Ta-
belle 1 angegebenen Verlustparameter.

Düse und der Kondensationszone werden jetzt bezüglich des Wirkungsgrades optimierte MHD-Prozesse betrachtet. Dabei wird die detaillierte Kennzeichnung der Verluste durch die insgesamt dreizehn Verlustparameter verwendet. Für die äußeren Parameter wurden mit $t_R = 900\text{ }^{\circ}\text{C}$, $t_K = 450\text{ }^{\circ}\text{C}$, $p = 5\text{ bar}$ und $c_E = c_A = 25\text{ m/s}$ feste Werte zugrunde gelegt. Von den inneren Parametern wurden $\epsilon_D = 0,1$, $\epsilon_R = \epsilon_K = 0,05$, $\eta_{FD} = 0,9$, $\eta_{ED} = \eta_{AD} = 0,8$ und $\eta_W = 0,6$ konstant gehalten. Der Wandlerwirkungsgrad η_W wurde theoretischen und experimentellen Arbeiten über den linearen Induktionswandler entnommen (vgl. Elliott, Cerini, Hays u. Weinberg [6], Elliott [7], Schulz [8] und Ulber u. Schulz [9]). Im übrigen ist die Wahl des Zahlenwertes für η_W insofern unproblematisch, als Testrechnungen gezeigt haben, daß der Prozeßwirkungsgrad η nahezu proportional vom Wandlerwirkungsgrad η_W abhängig ist. Die restlichen inneren Parameter, die die Verluste in der gekühlten Düse und der Kondensationszone kennzeichnen, werden variiert, allerdings unter einschränkenden Voraussetzungen, um die Rechnungen nicht zu unübersichtlich werden zu lassen. So wird für die erste adiabate Zone der gekühlten Düse $\eta_\alpha = 0,85$ angenommen. Hier liegt noch eine weitgehend "normale" Düsenströmung vor, anfangs sogar eine Einphasenströmung. Aber auch nach der mit dem Eintritt in das Zweiphasengebiet verbundenen Zerstäubung bildet sich wegen der adiabaten Düsenwand noch kein Kondensatfilm. Lediglich für den Grenzfall $\eta_{\alpha\beta} = \eta_\beta = 1$, der allerdings praktisch keine Bedeutung hat, wurde selbstverständlich auch $\eta_\alpha = 1$ gesetzt. Weiterhin

wurde die Annahme $\eta_{\alpha\beta} = \eta_{\beta}$ getroffen, weil in beiden Zonen eine Tröpfchenströmung mit umgebender Ringströmung an der Düsenwand vorliegt. Auch die bei der Wärmeübertragung auftretenden Temperaturdifferenzen wurden nicht getrennt variiert, sondern es wurde $\Delta T_{\alpha} = \Delta T_{\beta} = \Delta T$ gesetzt. Somit bleiben mit $\eta_{\alpha\beta}$, ΔT und γ noch drei Parameter, die unabhängig voneinander systematisch variiert werden. Unter diesen Annahmen veranschaulicht Bild 6 insbesondere den Einfluß der Verluste in der gekühlten Düse, aber auch in der Kondensationszone. Da Michel [5] in seiner Modellrechnung der Hohlstrahlkondensation für den Geschwindigkeitsbeiwert umgerechnet ungefähr $0,8 < \gamma < 0,9$ als realistischen Bereich ermittelt hat, wurden in diesem Diagramm zwei Kurvenscharen für $\gamma = 0,8$ und $\gamma = 0,9$ dargestellt. Das Bild zeigt ein Absinken des maximalen Wirkungsgrades $\eta_{\max}$ sowohl mit steigender Temperaturdifferenz ΔT als auch mit abnehmendem Strömungswirkungsgrad $\eta_{\alpha\beta}$ (wachsende Reibungsverluste) oder Geschwindigkeitsbeiwert γ . Aus dem Diagramm kann man ablesen, daß mit $0,8 < \gamma < 0,9$ sowie $20 \text{ K} < \Delta T < 40 \text{ K}$ und $\eta_{\alpha\beta} \approx 0,5$ (vgl. Abschnitt 3.7.1) bei den zugrunde gelegten äußeren Bedingungen maximale Wirkungsgrade $\eta_{\max} \approx 0,02 \dots 0,025$ erreichbar sind.

Bisher sind die äußeren Parameter, von der Optimierung von t_w und t_v abgesehen, konstant gehalten worden. Durch eine Erhöhung des Druckes p ist, wie schon erwähnt, eine Wirkungsgradverbesserung nicht möglich. Daher soll jetzt

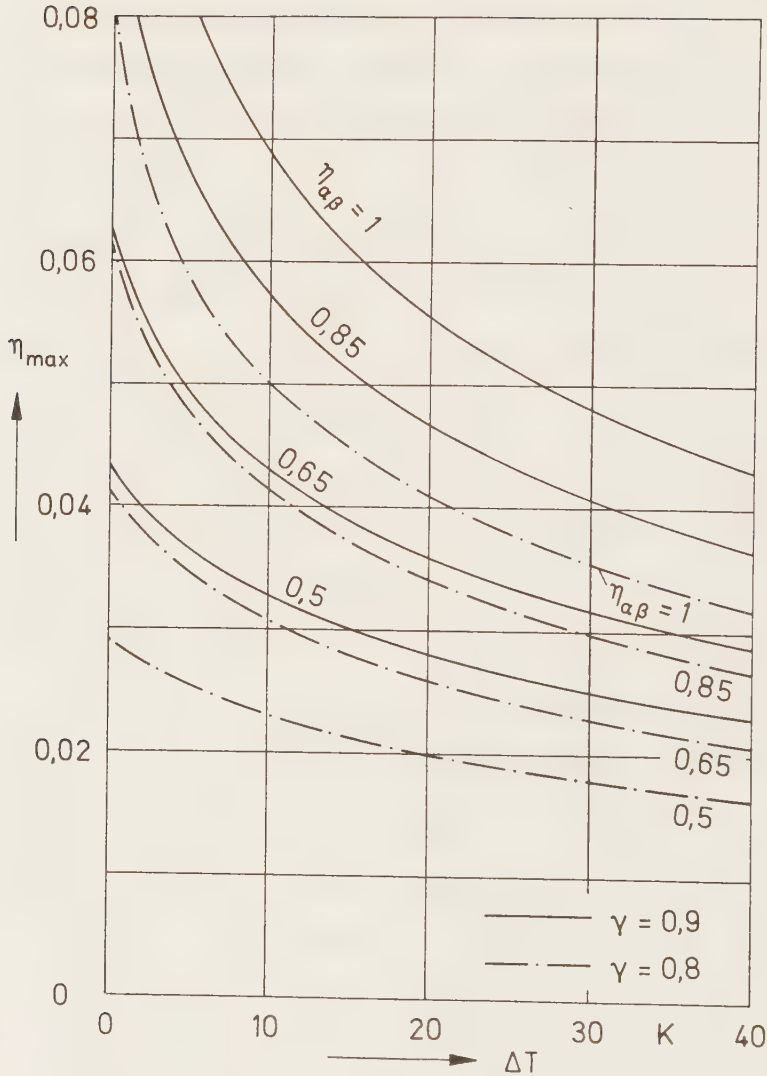


Bild 6: Maximaler Wirkungsgrad $\eta_{\max}$ als Funktion von ΔT mit $\eta_{\alpha\beta}$ und γ als Parametern. Es sind: $t_R = 900^\circ\text{C}$; $t_K = 450^\circ\text{C}$; $p = 5$ bar; $\epsilon_D = 0,1$; $\epsilon_R = \epsilon_K = 0,05$; $\eta_{FD} = 0,9$; $\eta_{ED} = \eta_{AD} = 0,8$; $\eta_W = 0,6$; $c_E = c_A = 25$ m/s; $\eta_\beta = \eta_{\alpha\beta}$; $\eta_\alpha = 0,85$ (Ausnahme: $\eta_\alpha = 1$ für $\eta_{\alpha\beta} = 1$).

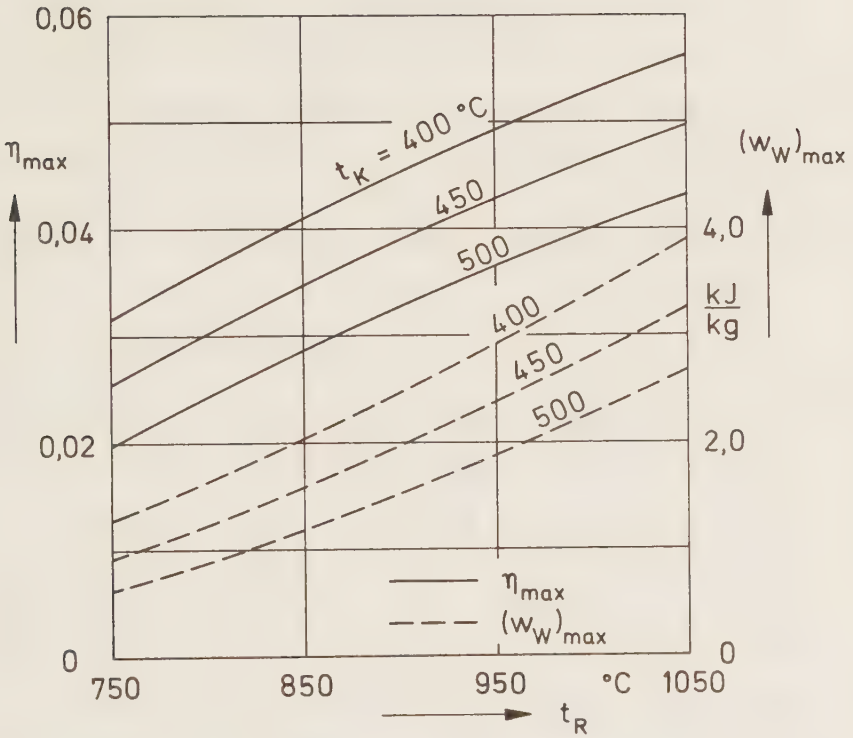


Bild 7: Maximaler Wirkungsgrad $\eta_{\max}$ und maximale spezifische Nutzarbeit $(w_W)_{\max}$ als Funktion der Reaktortemperatur t_R mit der Kühltbertemperatur t_K als Parameter. Es sind: $\epsilon_D=0,1$; $\epsilon_R=\epsilon_K=0,05$; $\eta_{FD}=0,9$; $\eta_{ED}=\eta_{AD}=0,8$; $\eta_W=0,6$; $c_E=c_A=25$ m/s; $\eta_\alpha=0,85$; $\eta_{\alpha\beta}=\eta_\beta=0,7$; $\Delta T=20$ K; $\gamma=0,9$; $p=1,25 \cdot p_S(t_R)$.

nur noch der Einfluß der Reaktortemperatur t_R und der Kühltbertemperatur t_K auf den Wirkungsgrad und die spezifische Nutzarbeit dargestellt werden. Hierfür werden wieder optimierte Kreisprozesse betrachtet. Bild 7 zeigt die Verände-

nung des maximalen Wirkungsgrades $\eta_{\max}$ und der maximalen spezifischen Nutzarbeit $(w_W)_{\max}$ mit der Reaktortemperatur t_R und der Kühlertemperatur t_K . Als Druck wurde dabei $p = 1,25 \cdot p_S(t_R)$ angenommen, damit trotz des Druckabfalls im Düsenmantel und im Reaktor der Zustand 3 am Reaktoraustritt noch im Flüssigkeitsgebiet liegt (vgl. Bild 2). Interessant an diesem Diagramm sind weniger die absoluten Werte von $\eta_{\max}$ und $(w_W)_{\max}$, die von den Zahlenwerten der Verlustparameter abhängig sind, sondern die relative Vergrößerung des maximalen Wirkungsgrades und der maximalen spezifischen Nutzarbeit mit steigender Reaktortemperatur und fallender Kühlertemperatur. Ausgehend von $t_R = 900^\circ\text{C}$ und $t_K = 450^\circ\text{C}$ bewirkt eine Erhöhung der Reaktortemperatur um 50 K eine Vergrößerung von $\eta_{\max}$ um 10,0 %, während ein Absenken der Kühlertemperatur um ebenfalls 50 K sogar mit einer Vergrößerung von $\eta_{\max}$ um 16,4 % verbunden ist. Hierdurch ist also eine merkliche Verbesserung des maximalen Wirkungsgrades und der maximalen spezifischen Nutzarbeit möglich, andererseits nehmen aber die Zahlenwerte für $\eta_{\max}$ und $(w_W)_{\max}$ stark ab, wenn nur relativ niedrige Reaktortemperaturen und hohe Kühlertemperaturen erreicht werden.

Bei dem hier angewandten Rechenverfahren sind die Parameter zwar in plausibel erscheinenden Grenzen, aber doch willkürlich angenommen worden. Dabei hat sich gezeigt, daß über den Parameter $\eta_{\alpha\beta}$, der die Reibungsverluste der kondensierenden Zweiphasenströmung im gekühlten Teil der ummantelten

Düse kennzeichnet, die größte Unklarheit besteht. Um über diesen Parameter genauere Aussagen machen zu können, wird daher im folgenden Abschnitt 3 eine Untersuchung der Beschleunigung und Kondensation einer Zweiphasenströmung in einer gekühlten Düse vorgenommen.

3. Die Kondensation einer Flüssigmetall-Zweiphasenströmung in einer gekühlten Düse

Bei der thermodynamischen Analyse des MHD-Prozesses in Abschnitt 2 hat sich herausgestellt, daß dem Verlustparameter $\eta_{\alpha\beta}$ besondere Bedeutung zukommt. Aus diesem Grunde wird in diesem Abschnitt eine eingehende thermodynamische, strömungsmechanische und wärmetechnische Untersuchung der Beschleunigung und Kondensation der Zweiphasenströmung eines flüssigen Metalls in einer gekühlten Düse durchgeführt.

Die Zweiphasenströmung bildet sich, ausgehend von einem Zustand im Flüssigkeitsgebiet nahe der Siedelinie, durch adiabate Expansion in das Naßdampfgebiet hinein. Dabei soll sich durch Zerstäubung eine Tropfen-Strömung ausbilden, die hier außerdem als homogen angenommen wird. Ein solches Strömungsbild mit dem Dampf als der kontinuierlichen Phase ergibt sich dann, wenn der Dampfvolumenteil der Zweiphasenströmung $\alpha > 0,85 \dots 0,89$ ist (vgl. z.B. Rex [3]). Der Dampfvolumenteil α wird als Verhältnis der vom gesättigten Dampf sowie vom Naßdampf (Zweiphasenströmung) eingenommenen Volumina V_D und V_{ND} definiert, also

$$\alpha = V_D / V_{ND} \quad (3.1)$$

Definiert man außerdem den Dampfmassenstromanteil (Dampfgehalt)

$$x = \dot{m}_D / \dot{m}_{ND} \quad (3.2)$$

als das Verhältnis des Dampfmassenstromes zum Gesamtmassenstrom sowie den Schlupf

$$s = c_D/c_F \quad (3.3)$$

als den Quotienten aus den mittleren Geschwindigkeiten des Dampfes und der Flüssigkeit, so gilt die Beziehung

$$x = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right) \frac{v_D}{v_F} \frac{1}{s}}, \quad (3.4)$$

wobei mit v_D und v_F die spezifischen Volumina der dampfförmigen und der flüssigen Phase bezeichnet wurden. Legt man den größeren Wert $\alpha = 0,89$ zugrunde, so ist für eine homogene Kalium-Zweiphasenströmung (Schlupf $s = 1$) bei der Temperatur $t = 800^\circ\text{C}$ das Auftreten der Tropfen-Strömung dann gesichert, wenn der Dampfgehalt $x > 0,009$ ist. Die Tropfen-Strömung bildet sich also bereits bei kleinen Dampfgehalten aus, wie sie durch Expansion von Zuständen aus, die in der Nähe der Siedelinie liegen, erreicht werden. Die Schallgeschwindigkeit solcher Zweiphasenströmungen mit kleinen Dampfgehalten ist gering, so daß zu ihrer Expansion langgestreckte konvergent-divergente Düsen erforderlich sind.

Das hier zu behandelnde Problem ist also die Expansion einer Flüssigmetall-Zweiphasenströmung in einer Düse, deren Wand gekühlt wird. Im besonderen kann die Kühlung dadurch erfolgen, daß die flüssige Phase des in der Düse expandierenden Fluids mit niedrigerer Temperatur im Gegenstrom

durch einen die Düsenwand umschließenden Ringspalt fließt. Allgemein kann durch den Ringspalt ein beliebiges Fluid sowohl im Gleichstrom als auch im Gegenstrom zur expandierenden Zweiphasenströmung fließen. Durch die Kühlung der Düsenwand, deren Temperatur dadurch unterhalb der Naßdampf-temperatur (Sättigungstemperatur) liegt, bildet sich an der Wand ein Kondensatfilm, da ein Teil der Dampfphase hier kondensiert, wobei sich gleichzeitig Flüssigkeitstropfen aus der inneren Zweiphasenströmung am Kondensatfilm anlagern. Es bildet sich in der Düse insgesamt also eine heterogene Zweiphasenströmung aus: eine Kernströmung aus nassem Dampf mit dem Strömungsbild einer Tropfen-Strömung und eine sie umschließende Ringströmung an der Wand (Kondensatfilm).

Die Lösung des beschriebenen Problems geschieht nach einem Berechnungsverfahren, das auf einer Studie von Hicken und Garnjost [10] zur Kondensation gesättigten Wasserdampfes in Kanälen mit veränderlichem Querschnitt aufbaut, die wiederum eine Weiterentwicklung einer Arbeit von Hartmann [11] ist. An dieser Stelle seien bereits vorweg die wesentlichen Änderungen gegenüber der Arbeit von Hicken und Garnjost genannt:

1. Das Fluid ist ein flüssiges Metall mit einer erheblich kleineren Prandtl-Zahl als Wasser.

2. Die Kernströmung ist eine Naßdampfströmung an Stelle einer Sattdampfströmung.

3. Die Zustandsänderung der Kernströmung ist isentrop (oder sie wird durch einen isentropen Strömungswirkungsgrad festgelegt) und verläuft nicht längs der Taulinie oder entsprechend einer Linie konstanten Dampfgehaltes.

4. An der Grenzfläche zwischen Kernströmung und Kondensatfilm wird ein Phasenübergangswiderstand berücksichtigt.

5. Die Berechnung der Schubspannung an der Grenzfläche zwischen Kernströmung und Kondensatfilm wird geändert; verbunden damit ist eine Änderung des auf die Kernströmung angewandten Impulssatzes.

6. Die Impulsänderung des Kondensatfilms wird berücksichtigt, so daß an Stelle einer Kräftebilanz, bei der nur die außen an einem Volumenelement angreifenden Kräfte sowie die Massenkräfte im Gleichgewicht sind, der vollständige Impulssatz verwendet wird.

Eine exakte Lösung der gestellten Aufgabe ist allein schon wegen der komplizierten Wechselwirkung zwischen der Kernströmung und dem Kondensatfilm praktisch nicht möglich. Dazu kommen noch die speziellen Schwierigkeiten der mathematischen Behandlung einer Zweiphasenströmung. Um das Problem trotzdem einer Lösung zugänglich zu machen, werden die folgenden Annahmen und Vereinfachungen zugrunde gelegt:

1. Die Kernströmung wird als eindimensionale, homogene Zweiphasenströmung mit der Geschwindigkeit c_D angenommen.

2. Die Dissipation an der Grenzfläche zwischen Kernströmung und Kondensatfilm soll wegen des kondensierenden Massenstromes ausschließlich eine Entropieerhöhung der Ringströmung bewirken.

3. In der Kernströmung soll entsprechend der unter Punkt 1 genannten Annahme einer homogenen Strömung keine Dissipation stattfinden. Zusammen mit der unter Punkt 2 gemachten Annahme bedeutet dies eine isentrope Zustandsänderung der Kernströmung. Lediglich in Abschnitt 3.7.3.1 wird abweichend hiervon zur Berücksichtigung der Reibung in der Kernströmung ihre Zustandsänderung durch einen isentropen Strömungswirkungsgrad festgelegt. Die Zustandsänderung der Kernströmung ist also jeweils vorgegeben.

4. Die Kernströmung wird auch bei der Betrachtung des Massenüberganges von ihr zum Kondensatfilm infolge Kondensation wie eine einzige Phase behandelt. Dies bedeutet, daß zusammen mit dem auf der Kondensatfilmoberfläche kondensierenden Dampf sich hier auch Flüssigkeitstropfen entsprechend ihrem Massenstromanteil in der Kernströmung anlagern.

5. Der Kondensatfilm ist glatt und zusammenhängend; es sollen keine Tropfen wieder vom Film abgerissen werden. Für den Kondensatfilm soll das Newtonsche Reibungsgesetz Gültigkeit haben.

6. Im Kondensatfilm treten keine radialen Geschwindigkeitskomponenten auf.

7. Der Druck in einem Querschnitt ist konstant.

Mit diesen Annahmen wird ein Differenzenverfahren zur Berechnung der Düsenströmung entwickelt, das auf einer Aufteilung der rotationssymmetrischen Düse in Abschnitte beruht. Dabei werden die für einen differentiellen Abschnitt geltenden Bilanzen für die Massenströme, die Energieströme und die Kräfte sowie die Gleichungen für den Wärmedurchgang von der Kernströmung zur Ringspaltströmung nach dem Übergang zu endlichen Abschnittsbreiten für jeden Düsenabschnitt erfüllt.

3.1 Bilanzen der Massen- und Energieströme

In diesem Abschnitt werden zunächst nur die Bilanzen für die Massen- und Energieströme aufgestellt, während die Kräftebilanz bis zum Abschnitt 3.3 zurückgestellt wird, da es vorteilhaft ist, den Impulssatz erst mit der Kenntnis des Geschwindigkeitsprofils im Kondensatfilm darzustellen.

Bild 8 zeigt ein Volumenelement, das als Abschnitt zwischen den Düsenlängen $(z - dz)$ und z herausgeschnitten wurde, sowie die ein- und austretenden Massenströme. Hier kennzeichnen R den Düsenradius, δ die Kondensatfilmdicke, y den Wandabstand und die Indizes "ND" den nassen Dampf (Kernströmung), "K" den Kondensatfilm und "Kühl" das Kühlmittel. Für die in der Düse (mit Ausnahme des Ringspaltes) fließenden Massenströme gilt die Bilanz:

$$\dot{m}_{ND,z-dz} + \dot{m}_{K,z-dz} = \dot{m}_{ND,z} + \dot{m}_{K,z} \quad (3.5)$$

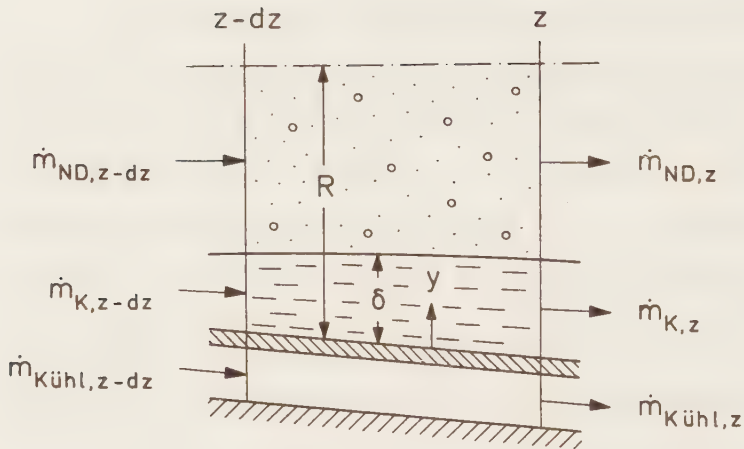


Bild 8: Massenströme eines Abschnitts

Während der Massenstrom der Kernströmung mit der Beziehung

$$\dot{m}_{ND} = \pi (R - \delta)^2 \rho_{ND} c_D \quad (3.6)$$

bestimmt werden kann, wird die Berechnung des Massenstromes $\dot{m}_K$ des Kondensatfilms bis zum Abschnitt 3.2.1.1 zurückgestellt, da hierfür die Kenntnis des Geschwindigkeitsprofils im Kondensatfilm erforderlich ist. In Gl.(3.6) bedeuten ρ_{ND} die Dichte des nassen Dampfes und c_D die Geschwindigkeit der Kernströmung. Für das im Ringspalt getrennt strömende Kühlmittel gilt

$$\dot{m}_{Kuehl,z-dz} = \dot{m}_{Kuehl,z} = \text{konst.} \quad (3.7)$$

Aus Bild 8 geht außerdem hervor, daß der Massenstrom des Kühlmittels für den Fall des Gleichstroms mit der Zweipha-

senströmung als positiv angenommen wird.

Die Bilanz der Energieströme, die mit den in Bild 8 dargestellten Massenströmen in der Düse und im Ringspalt verbunden sind, lautet:

$$\dot{E}_{ND,z-dz} + \dot{E}_{K,z-dz} + \dot{E}_{Kühl,z-dz} = \dot{E}_{ND,z} + \dot{E}_{K,z} + \dot{E}_{Kühl,z} \quad (3.8)$$

Hierbei ist die äußere Wand des Ringspaltcs als adiabat angenommen worden. Außerdem gilt für den über die Düsenwand von der Düsenströmung (Kernströmung und Kondensatfilm) an das im Ringspalt strömende Kühlmittel übertragenen Wärmestrom:

$$\begin{aligned} d\dot{Q}_W &= (\dot{E}_{ND,z-dz} + \dot{E}_{K,z-dz}) - (\dot{E}_{ND,z} + \dot{E}_{K,z}) \\ &= \dot{E}_{Kühl,z} - \dot{E}_{Kühl,z-dz} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Bei den in den Gln.(3.8) und (3.9) aufgeführten Energieströmen $\dot{E}$ werden nur Enthalpieströme und kinetische Energien berücksichtigt, während potentielle Energien vernachlässigt werden. Dann läßt sich der mit der Kernströmung transportierte Energiestrom nach der Beziehung

$$\dot{E}_{ND} = \dot{m}_{ND} [h_{ND}(T_D, x) + \frac{c_D^2}{2}] \quad (3.10)$$

berechnen. Hier bedeuten h_{ND} die spezifische Enthalpie, T_D die absolute Temperatur und x den Dampfgehalt der Kernströmung. Dabei berechnet sich die Enthalpie h_{ND} des nassen Dampfes aus den Enthalpien h' auf der Siedelinie und h'' auf

der Taulinie:

$$h_{ND} = h' + x (h'' - h') . \quad (3.11)$$

Der Energiestrom $\dot{E}_K$ des Kondensatfilms kann zunächst nur formal zu

$$\dot{E}_K = \dot{H}_K + \dot{E}_{kin,K} \quad (3.12)$$

angegeben werden. Die Berechnung der kinetischen Energie $\dot{E}_{kin,K}$ geschieht mit der Kenntnis des Geschwindigkeitsprofils im Kondensatfilm in Abschnitt 3.2.1.2, während die Berechnung des Enthalpiestromes $\dot{H}_K$ bis zum Abschnitt 3.2.2.1 zurückgestellt wird, da hierfür zusätzlich das Temperaturprofil im Kondensatfilm bekannt sein muß. Für den Energiestrom des Kühlmittels gilt

$$\dot{E}_{Kühl,z} - \dot{E}_{Kühl,z-dz} = \dot{m}_{Kühl} (h_{Kühl,z} - h_{Kühl,z-dz}) , \quad (3.13)$$

wobei $h_{Kühl}$ die spezifische Enthalpie des Kühlmittels bedeutet. Gl.(3.13) liegt die Annahme konstanter Strömungsgeschwindigkeit des Kühlmittels im Ringspalt zugrunde.

3.2 Der Kondensatfilm

3.2.1 Das Geschwindigkeitsprofil

In Abschnitt 3.1 hat sich gezeigt, daß zur Berechnung des Massenstromes und des Energiestromes des Kondensatfilms die Kenntnis des Geschwindigkeitsprofils im Kondensatfilm erforderlich ist. Wie dieses Geschwindigkeitsprofil für den

hier zu untersuchenden Fall einer an der Wand kondensierenden Zweiphasenströmung eines flüssigen Metalls mit hoher Geschwindigkeit in Wirklichkeit aussieht, ist nicht bekannt. Es muß daher für das Geschwindigkeitsprofil im Kondensatfilm als Näherung ein Ansatz gewählt werden, dessen Koeffizienten unter der Annahme, daß das Newtonsche Reibungsgesetz im Kondensatfilm gelten soll, bestimmt werden. Das bedeutet, daß der Geschwindigkeitsgradient im Film an der Grenzfläche zwischen Kernströmung und Kondensatfilm proportional zur hier auftretenden Schubspannung ist. Als Ansatz wird

$$(c_K/c_O) = A_1(y/\delta) + A_2(y/\delta)^2 + A_3(y/\delta)^3 \quad (3.14)$$

gewählt, wobei die Geschwindigkeit c_K im Kondensatfilm durch Division durch die Geschwindigkeit c_O der Zweiphasenströmung im Eintrittsquerschnitt der gekühlten Düse dimensionslos dargestellt wird. Gl.(3.14) erfüllt bereits die Haftbedingung an der Wand. Die Koeffizienten A_1 , A_2 und A_3 werden aus den drei folgenden Bedingungen bestimmt:

$$\left(\frac{dc_K}{dy}\right)_{y=0} = \frac{\tau_W}{\eta_K}, \quad (3.15)$$

$$\left(\frac{dc_K}{dy}\right)_{y=\delta} = \frac{\tau_\delta}{\eta_K}, \quad (3.16)$$

$$\left(\frac{d^2c_K}{dy^2}\right)_{y=0} = \frac{1}{\eta_K} \left(\frac{dp}{dz} - \rho_K g_z\right). \quad (3.17)$$

Es bedeuten η_K die dynamische Viskosität des Kondensats, ρ_K die Dichte des Kondensats, g_z die in z-Richtung wirkende

Fallbeschleunigung, p den Druck, τ_W die Schubspannung an der Düsenwand und τ_δ die Schubspannung an der Grenzfläche zwischen Kernströmung und Kondensatfilm (vgl. auch Bild 9 in Abschnitt 3.3). Die Gl.n.(3.15) und (3.16) entsprechen dem Newtonschen Reibungsgesetz, das für laminare Strömung gilt. Gl.(3.17) erhält man aus den Navier-Stokesschen Bewegungsgleichungen für zweidimensionale inkompressible Strömungen an der Wand (dort verschwinden die Trägheitskräfte!), wenn man bei den Reibungskräften nur das größte Glied berücksichtigt, wie es bei der Herleitung der Prandtlschen Grenzschichtgleichungen üblich ist (vgl. z.B. Gersten [12]). Mit diesen drei Bedingungen ergeben sich für die Koeffizienten A_1 bis A_3 in Gl.(3.14) folgende Ausdrücke:

$$A_1 = \frac{\tau_W \delta}{\eta_K c_O} , \quad (3.18)$$

$$A_2 = \frac{\delta^2}{2 \eta_K c_O} \left(\frac{dp}{dz} - \rho_K g_z \right) , \quad (3.19)$$

$$A_3 = \frac{\delta}{3 \eta_K c_O} [\tau_\delta - \tau_W - \delta \left(\frac{dp}{dz} - \rho_K g_z \right)] . \quad (3.20)$$

Mit dem Geschwindigkeitsprofil $c_K = c_K(y)$ lassen sich jetzt auch der Massenstrom $\dot{m}_K$, die kinetische Energie $\dot{E}_{kin,K}$ sowie der Impulsstrom $\dot{I}_K$ des Kondensatfilms berechnen.

3.2.1.1 Der Massenstrom $\dot{m}_K$

Für den Massenstrom des Kondensatfilms gilt:

$$\dot{m}_K = 2 \pi \rho_K \int_0^{\delta} c_K (R - y) dy . \quad (3.21)$$

Dabei ist die Dichte ρ_K über der Filmdicke δ als konstant angenommen worden. In Gl.(3.21) wird die Filmgeschwindigkeit $c_K = c_K(y)$ nach Gl.(3.14) eingesetzt:

$$\dot{m}_K = 2 \pi \rho_K c_O \int_0^{\delta} (A_1 \frac{y}{\delta} + A_2 \frac{y^2}{\delta^2} + A_3 \frac{y^3}{\delta^3}) (R - y) dy . \quad (3.22)$$

Nach der Integration über die Filmdicke ergibt sich für den Massenstrom des Kondensatfilms:

$$\dot{m}_K = 2 \pi \rho_K c_O \delta^2 (\frac{A_1 R}{2 \delta} + \frac{A_2 R}{3 \delta} + \frac{A_3 R}{4 \delta} - \frac{A_1}{3} - \frac{A_2}{4} - \frac{A_3}{5}) . \quad (3.23)$$

3.2.1.2 Die kinetische Energie $\dot{E}_{kin,K}$

Die kinetische Energie des Kondensatfilms läßt sich wie folgt berechnen:

$$\dot{E}_{kin,K} = \frac{1}{2} \rho_K 2 \pi \int_0^{\delta} c_K^3 (R - y) dy . \quad (3.24)$$

Hier wird wieder die Geschwindigkeit c_K des Kondensatfilms als Funktion des Wandabstandes y nach Gl.(3.14) eingesetzt. Dann erhält man aus Gl.(3.24):

$$\dot{E}_{kin,K} = \pi \rho_K c_O^3 \int_0^{\delta} (A_1 \frac{y}{\delta} + A_2 \frac{y^2}{\delta^2} + A_3 \frac{y^3}{\delta^3})^3 (R - y) dy . \quad (3.25)$$

Nach Ausführung der Integration über die Filmdicke, die in

den einzelnen Schritten hier nicht dargestellt wird, ergibt sich für die kinetische Energie des Kondensatfilms:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{\text{kin},K} = & \pi \rho_K c_O^3 \delta \left[A_1^3 \left(\frac{R}{4} - \frac{\delta}{5} \right) + A_2^3 \left(\frac{R}{7} - \frac{\delta}{8} \right) + A_3^3 \left(\frac{R}{10} - \frac{\delta}{11} \right) \right. \\ & + 3A_1^2 A_2 \left(\frac{R}{5} - \frac{\delta}{6} \right) + 3A_1 A_2^2 \left(\frac{R}{6} - \frac{\delta}{7} \right) + 3A_1^2 A_3 \left(\frac{R}{6} - \frac{\delta}{7} \right) \\ & + 3A_1 A_3^2 \left(\frac{R}{8} - \frac{\delta}{9} \right) + 3A_2^2 A_3 \left(\frac{R}{8} - \frac{\delta}{9} \right) + 3A_2 A_3^2 \left(\frac{R}{9} - \frac{\delta}{10} \right) \\ & \left. + 6A_1 A_2 A_3 \left(\frac{R}{7} - \frac{\delta}{8} \right) \right] . \end{aligned} \quad (3.26)$$

3.2.1.3 Der Impulsstrom $\dot{I}_K$

Zur Aufstellung der Kräftebilanz für einen Düsenabschnitt ist die Kenntnis des Impulsstromes $\dot{I}_K$ des Kondensatfilms erforderlich. Zunächst gilt für den Impulsstrom $\dot{I}_K$ der Ansatz:

$$\dot{I}_K = 2 \pi \rho_K \int_0^{\delta} c_K^2 (R - y) dy . \quad (3.27)$$

Nach Einsetzen des Geschwindigkeitsprofils $c_K = c_K(y)$ nach Gl.(3.14) folgt aus Gl.(3.27):

$$\dot{I}_K = 2 \pi \rho_K c_O^2 \int_0^{\delta} \left(A_1 \frac{y}{\delta} + A_2 \frac{y^2}{\delta^2} + A_3 \frac{y^3}{\delta^3} \right)^2 (R - y) dy . \quad (3.28)$$

Hier wird wieder über die Filmdicke integriert, so daß sich für den Impulsstrom des Kondensatfilms folgender Ausdruck ergibt:

$$\begin{aligned} \dot{i}_K = 2 \pi \rho_K c_O^2 \delta [& A_1^2 \left(\frac{R}{3} - \frac{\delta}{4} \right) + A_2^2 \left(\frac{R}{5} - \frac{\delta}{6} \right) + A_3^2 \left(\frac{R}{7} - \frac{\delta}{8} \right) \\ & + 2A_1 A_2 \left(\frac{R}{4} - \frac{\delta}{5} \right) + 2A_1 A_3 \left(\frac{R}{5} - \frac{\delta}{6} \right) + 2A_2 A_3 \left(\frac{R}{6} - \frac{\delta}{7} \right)] . \end{aligned} \quad (3.29)$$

3.2.2 Das Temperaturprofil

Im allgemeinen ist es üblich, für das Temperaturprofil in Kondensatfilmen einen linearen Verlauf über der Filmdicke anzunehmen (vgl. Nusselt [13] und Rohsenow [14]). Dies ergibt sich durch Lösen der Fourierschen Differentialgleichung für den Fall der stationären, eindimensionalen Wärmeleitung. Wenn nicht nur der konduktive Anteil berücksichtigt werden soll, erhält man das Temperaturprofil aus der Lösung der Differentialgleichung für das Temperaturfeld in einem strömenden Fluid (vgl. z.B. Walz [15]). Unter Vernachlässigung der Konvektion senkrecht zur Düsenwand, der axialen Wärmeleitung sowie der Dissipation und Kompression folgt für einen dünnen Kondensatfilm:

$$c_K \frac{\partial T_K}{\partial z} = a_K \frac{\partial^2 T_K}{\partial y^2} . \quad (3.30)$$

Gl.(3.30) gilt für eine über der Filmdicke konstante Temperaturleitfähigkeit

$$a_K = \frac{\lambda_K}{c_{pK} \rho_K} , \quad (3.31)$$

wobei mit λ_K die Wärmeleitfähigkeit und mit c_{pK} die spezi-

fische Wärmekapazität des Kondensats bezeichnet wurden. Eine Berücksichtigung der radialen Konvektion in Gl.(3.30) infolge von turbulenten Schwankungsbewegungen im Film (vgl. Martinelli [16] sowie Lykoudis und Touloukian [17], die allerdings die Strömung flüssiger Metalle in Kreisrohren und zwischen parallelen Platten untersuchen) ist hier nicht notwendig, da dieser Einfluß bei flüssigen Metallen mit kleiner Prandtl-Zahl gegenüber der Wärmeleitung vernachlässigt werden kann (vgl. Seban [18]). Dies ist in dieser Arbeit insbesondere gerechtfertigt, da der Wärmeleitwiderstand des Kondensatfilms klein im Vergleich zu den Wärmeübergangswiderständen im Ringspalt sowie an der Grenzfläche zwischen Kernströmung und Kondensatfilm ist. Außerdem wäre eine Berücksichtigung des Wärmetransports durch Konvektion senkrecht zur Wand hier inkonsistent im Zusammenhang mit der Annahme, daß das Newtonsche Reibungsgesetz gelten soll.

Zur Lösung der partiellen Differentialgleichung (3.30) macht Hicken [10] einen Näherungs-Ansatz für den axialen Temperaturgradienten, indem er einen linearen Verlauf über der Filmdicke annimmt:

$$\frac{\partial T_K}{\partial z} = \frac{dT_W}{dz} + \left(\frac{dT_\delta}{dz} - \frac{dT_W}{dz} \right) \frac{y}{\delta} . \quad (3.32)$$

Dabei bedeuten T_W die Kondensattemperatur an der Wand ($y = 0$) und T_δ die Kondensatoberflächentemperatur ($y = \delta$). Das Produkt aus dem Temperaturgradienten nach Gl.(3.32) und der

Geschwindigkeit im Kondensatfilm nach Gl.(3.14) ergibt als Funktion des Wandabstandes y ein Polynom vierten Grades, so daß für die Kondensattemperatur $T_K = T_K(y)$ ein Polynom sechsten Grades erforderlich ist, um Gl.(3.30) zu genügen:

$$T_K = \sum_{j=0}^6 B_j \left(\frac{y}{\delta}\right)^j . \quad (3.33)$$

Setzt man nun die Gln.(3.14) und (3.32) sowie $(\partial^2 T_K / \partial y^2)$ aus Gl.(3.33) in die Differentialgleichung (3.30) ein, so erhält man die Beziehung:

$$\begin{aligned} & c_O \left\{ A_1 \frac{dT_W}{dz} \frac{y}{\delta} + \left[A_2 \frac{dT_W}{dz} + A_1 \left(\frac{dT_\delta}{dz} - \frac{dT_W}{dz} \right) \right] \left(\frac{y}{\delta}\right)^2 \right. \\ & + \left. \left[A_3 \frac{dT_W}{dz} + A_2 \left(\frac{dT_\delta}{dz} - \frac{dT_W}{dz} \right) \right] \left(\frac{y}{\delta}\right)^3 + A_3 \left(\frac{dT_\delta}{dz} - \frac{dT_W}{dz} \right) \left(\frac{y}{\delta}\right)^4 \right\} \\ & = \frac{a_K}{\delta^2} [2B_2 + 6B_3 \frac{y}{\delta} + 12B_4 \left(\frac{y}{\delta}\right)^2 + 20B_5 \left(\frac{y}{\delta}\right)^3 + 30B_6 \left(\frac{y}{\delta}\right)^4] . \quad (3.34) \end{aligned}$$

Durch einen Koeffizientenvergleich in Gl.(3.34) ermittelt man für die Koeffizienten B_j des Temperaturprofils folgende Ausdrücke:

$$B_2 = 0 , \quad (3.35)$$

$$B_3 = \frac{c_O \delta^2}{6 a_K} A_1 \frac{dT_W}{dz} , \quad (3.36)$$

$$B_4 = \frac{c_O \delta^2}{12 a_K} \left[A_2 \frac{dT_W}{dz} + A_1 \left(\frac{dT_\delta}{dz} - \frac{dT_W}{dz} \right) \right] , \quad (3.37)$$

$$B_5 = \frac{c_0 \delta^2}{20 a_K} \left[A_3 \frac{dT_W}{dz} + A_2 \left(\frac{dT_\delta}{dz} - \frac{dT_W}{dz} \right) \right], \quad (3.38)$$

$$B_6 = \frac{c_0 \delta^2}{30 a_K} A_3 \left(\frac{dT_\delta}{dz} - \frac{dT_W}{dz} \right). \quad (3.39)$$

Die beiden restlichen Koeffizienten B_0 und B_1 ergeben sich aus den Randbedingungen für $y = 0$ und $y = \delta$:

$$B_0 = T_W, \quad (3.40)$$

$$B_1 = T_\delta - T_W - (B_3 + B_4 + B_5 + B_6). \quad (3.41)$$

Dabei sind die Temperaturen T_W und T_δ nicht von vornherein bekannt, sondern sie müssen aus den Wärmeübergangsbedingungen im Ringspalt sowie an der Grenzfläche zwischen Kernströmung und Kondensatfilm bestimmt werden (vgl. Abschnitte 3.4 und 3.4.1).

3.2.2.1 Der Enthalpiestrom $\dot{H}_K$

Mit dem Geschwindigkeitsprofil $c_K = c_K(y)$ und dem Temperaturprofil $T_K = T_K(y)$ ist jetzt auch der Enthalpiestrom $\dot{H}_K$ des Kondensatfilms berechenbar. Es gilt:

$$\dot{H}_K = 2 \pi \rho_K \int_0^\delta h_K(T_K, p) c_K(y) (R - y) dy. \quad (3.42)$$

Hier wird die Kondensatgeschwindigkeit $c_K(y)$ aus Gl.(3.14) und die spezifische Enthalpie $h_K(T_K, p)$ des Kondensats nach Gl.(A1.7) in Anhang 1 eingesetzt. Dabei bedeutet p den Druck

in einem Querschnitt. Außerdem gilt Gl.(3.33) für das benötigte Temperaturprofil $T_K(y)$. Die Berechnung des Enthalpiestromes $\dot{H}_K$ nach Gl.(3.42) ist arithmetisch sehr umfangreich und soll daher hier nicht in den einzelnen Schritten durchgeführt werden. Als Ergebnis erhält man:

$$\dot{H}_K = 2\pi\rho_K c_{O\delta} \left[\frac{1}{2}U_1 R - \frac{1}{23}U_{21}\delta + \sum_{j=3}^{22} \frac{1}{j}(U_{j-1}R - U_{j-2}\delta) \right] . \quad (3.43)$$

Die Koeffizienten U_j in Gl.(3.43) berechnen sich aus den Koeffizienten A_j des Geschwindigkeitsprofils und den Koeffizienten B_j des Temperaturprofils im Kondensatfilm sowie den Koeffizienten C_j in Gl.(A1.7) zur Berechnung der spezifischen Enthalpie der flüssigen Phase. Sie sind in Anhang 2 angegeben.

3.3 Die Kräftebilanz

Im allgemeinen ist es erforderlich, zur Berechnung der Strömungsgeschwindigkeiten die Navier-Stokesschen Bewegungsgleichungen zu lösen. Eine wesentliche Vereinfachung erreicht man, wenn man statt der Navier-Stokes-Gleichungen den Impulssatz verwendet. Dies ist dann möglich, wenn man die Vorgänge im Kontrollgebiet (Abschnitt) außer Betracht läßt und lediglich die Wirkungen an seinen Begrenzungsflächen berücksichtigt. Da in Abschnitt 3 die Voraussetzung gemacht wurde, daß in der Kernströmung keine Irreversibilitäten auftreten (spezifische Entropie der Kernströmung $s_{ND} = \text{konst}$),

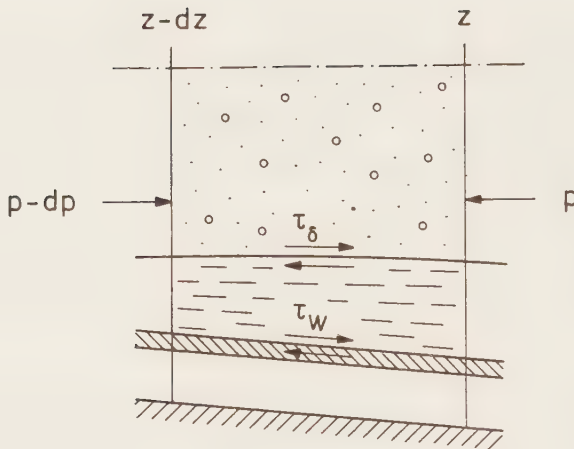


Bild 9: Normal- und Schubspannungen an einem Abschnitt

wird die Reibung allein durch die Schubspannungen an der Grenzfläche zwischen Kernströmung und Kondensatfilm τ_δ und an der Düsenwand τ_w gekennzeichnet. Wenn man den Düsenabschnitt der Breite dz in die Kernströmung und den Kondensatfilm unterteilt, dann treten die Schubspannungen τ_δ und τ_w jeweils an den Begrenzungsflächen des geteilten Abschnitts auf, so daß hier der Impulssatz getrennt für die Kernströmung sowie den Kondensatfilm angewendet werden kann. Diese zweimalige Anwendung des Impulssatzes ist wegen der unterschiedlichen Strömungsgeschwindigkeiten erforderlich.

In den Kräftebilanzen werden sowohl für die Kernströmung als auch für den Kondensatfilm folgende Kräfte berücksichtigt: Trägheitskräfte, Volumenkräfte, Druckkräfte und Rei-

bungskräfte. Hiervon sind in Bild 9 die Druckkräfte und die Reibungskräfte jeweils bezogen auf die Fläche, an der sie wirken, als Normal- und Schubspannungen an einem Abschnitt dargestellt. Die Volumenkräfte resultieren aus der in z-Richtung wirkenden Fallbeschleunigung g_z .

3.3.1 Die Schubspannung τ_δ an der Grenzfläche zwischen Kernströmung und Kondensatfilm

Zwischen der Kernströmung und dem Kondensatfilm besteht eine Wechselwirkung, die in der Kräftebilanz durch die Schubspannung τ_δ ausgedrückt wird. Diese Schubspannung τ_δ , die für sich allein eine Verzögerung der Kernströmung und eine Beschleunigung des Kondensatfilms bewirkt, resultiert aus zwei verschiedenen Ursachen: zum einen aus der Reibung zwischen Kernströmung und Kondensatfilm auf Grund unterschiedlicher Strömungsgeschwindigkeiten, zum anderen aus dem infolge Kondensation von der Kernströmung auf den Kondensatfilm übertragenen Massenstrom. Bezeichnet man mit τ_R die Schubspannung infolge Reibung in Abwesenheit eines Phasenübergangsprozesses, mit $\tau_{\delta,R}$ den Anteil von τ_R , der bei gleichzeitiger Kondensation effektiv zu berücksichtigen ist, und mit $\tau_{\delta,K}$ die Schubspannung infolge Kondensation, so gilt für die Schubspannung τ_δ an der Grenzfläche zwischen Kernströmung und Kondensatfilm (vgl. z.B. Collier [19]):

$$\tau_\delta = \tau_{\delta,R} + \tau_{\delta,K} \quad (3.44)$$

Den Anteil $\tau_{\delta,K}$ erhält man aus dem Geschwindigkeitsprofil einer Grenzschicht mit Absaugung (vgl. Schlichting [20]):

$$\tau_{\delta,K} = \rho_{ND} (-c_a) (c_D - c_\delta) = \frac{\dot{dm}_K}{dF_\delta} (c_D - c_\delta) . \quad (3.45)$$

Es bedeuten $(-c_a)$ die Absauggeschwindigkeit des kondensierenden Massenstromes senkrecht zur z-Richtung, c_δ die Kondensatgeschwindigkeit an der Filmoberfläche ($y = \delta$), $\dot{dm}_K$ den infolge Kondensation sich an den Kondensatfilm anlagernden Massenstrom und dF_δ die Grenzfläche zwischen Kernströmung und Kondensatfilm für einen Düsenabschnitt der Breite dz . Die Schubspannung $\tau_{\delta,K}$ ist also unabhängig von der Zähigkeit der Kernströmung.

Die Ermittlung der Schubspannung τ_R infolge Reibung erfolgt nach der Gleichung

$$\tau_R = \frac{\xi}{8} \rho_{ND} (c_D - c_\delta)^2 . \quad (3.46)$$

Zur Berechnung des Widerstandskoeffizienten ξ gibt Dukler [21] für die hier angenommene schlupffreie Tropfenströmung die Beziehung

$$\xi = 0,00560 + \frac{0,500}{Re_{ND}^{0,32}} \quad (3.47)$$

an. Dabei wird für die Reynolds-Zahl der Kernströmung in Gl.(3.47)

$$Re_{ND} = \frac{2 (R - \delta) \rho_{ND} (c_D - c_\delta)}{\eta_{ND}} \quad (3.48)$$

eingesetzt. Mit dem Dampfgehalt x und dem Dampfvolumenteil α , für den man aus Gl.(3.4) mit der Bedingung einer homogenen Zweiphasenströmung (Schlupf $s = 1$)

$$\alpha = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{x} - 1\right) \frac{v'}{v''}} \quad (3.49)$$

erhält, berechnen sich die Dichte ρ_{ND} und die dynamische Viskosität η_{ND} der Kernströmung in Gl.(3.48) nach den Beziehungen

$$\rho_{ND} = \frac{1}{v' + x (v'' - v')} \quad (3.50)$$

$$\text{und} \quad \eta_{ND} = (1 - \alpha) \eta' + \alpha \eta'' \quad (3.51)$$

Hier sind wieder die Größen auf der Siedelinie durch einen hochgestellten Strich, die auf der Taulinie durch zwei Striche gekennzeichnet worden.

Die effektiv zu berücksichtigende Schubspannung infolge Reibung $\tau_{\delta,R}$ ist abhängig von dem Schubspannungsverhältnis

$$a_\tau = \frac{\tau_{\delta,K}}{\tau_R} = \frac{d\dot{m}_K}{dF_\delta} \cdot \frac{(c_D - c_\delta)}{\tau_R} \quad (3.52)$$

Für die Bedingung $a_\tau \approx 1$ oder $a_\tau > 1$, die bei der Kondensation des Dampfes eines flüssigen Metalls auf Grund dessen kleiner Prandtl-Zahl erfüllt ist, gibt Spalding [22] die

empirisch ermittelte Beziehung

$$\tau_{\delta,R} = \tau_R \left[\frac{a_\tau}{\exp(a_\tau) - 1} \right] \quad (3.53)$$

an, so daß sich insgesamt für die Schubspannung an der Grenzfläche zwischen Kernströmung und Kondensatfilm

$$\tau_\delta = \tau_R \left[\frac{a_\tau}{\exp(a_\tau) - 1} \right] + \frac{\dot{m}_K}{dF_\delta} (c_D - c_\delta) \quad (3.54)$$

ergibt.

3.3.2 Der Impulssatz angewandt auf die Kernströmung

Der Impulssatz besagt, daß die Differenz der aus- und einfließenden Impulsströme gleich der Summe aller äußeren auf das System wirkenden Kräfte ist. Beachtet man, daß der kondensierende Massenstrom $\dot{m}_K$ sich mit der Strömungsgeschwindigkeit c_δ an den Kondensatfilm anlagert, so beträgt die Differenz der aus- und einfließenden Impulsströme für das Kontrollgebiet der Kernströmung

$$\begin{aligned} d\dot{I} = & -(\rho_{ND} - d\rho_{ND}) (F_{z,ND} - dF_{z,ND}) (c_D - dc_D)^2 \\ & + \rho_{ND} F_{z,ND} c_D^2 + \dot{m}_K c_\delta . \end{aligned} \quad (3.55)$$

$F_{z,ND}$ bedeutet die Querschnittsfläche der Kernströmung. Unter Vernachlässigung aller Glieder zweiter und höherer Ordnung erhält man aus Gl.(3.55):

$$\dot{d\dot{i}} = \rho_{ND} F_{z,ND} c_D^2 \left(\frac{d\rho_{ND}}{\rho_{ND}} + \frac{dF_{z,ND}}{F_{z,ND}} + 2 \frac{dc_D}{c_D} \right) + \dot{dm}_K c_\delta . \quad (3.56)$$

Berücksichtigt man außerdem die Kontinuitätsgleichung

$$0 = -(\rho_{ND} - d\rho_{ND})(F_{z,ND} - dF_{z,ND})(c_D - dc_D) + \rho_{ND} F_{z,ND} c_D + \dot{dm}_K , \quad (3.57)$$

vernachlässigt auch hier wieder alle Glieder zweiter und höherer Ordnung, so daß man aus Gl.(3.57) die Beziehung

$$0 = \frac{d\rho_{ND}}{\rho_{ND}} + \frac{dF_{z,ND}}{F_{z,ND}} + \frac{dc_D}{c_D} + \frac{\dot{dm}_K}{\rho_{ND} F_{z,ND} c_D} \quad (3.58)$$

erhält, so gilt schließlich für die Differenz der Impulsströme unter Beachtung von Gl.(3.58):

$$\dot{d\dot{i}} = \rho_{ND} F_{z,ND} c_D dc_D - \dot{dm}_K (c_D - c_\delta) . \quad (3.59)$$

Als äußere Kräfte werden Druckkräfte, Schubkräfte und Volumenkräfte berücksichtigt, so daß der Impulssatz für die Kernströmung

$$\dot{d\dot{i}} = - F_{z,ND} dp - \tau_\delta dF_\delta + \rho_{ND} g_z F_{z,ND} dz \quad (3.60)$$

lautet. Gl.(3.60) liegt die Annahme eines konstanten Strömungsquerschnittes zugrunde. Mit

$$F_{z,ND} = \pi (R - \delta)^2 \quad (3.61)$$

$$\text{und} \quad dF_{\delta} = 2 \pi (R - \delta) dz \quad (3.62)$$

erhält man aus Gl.(3.60) unter Beachtung der Gln.(3.59) und (3.54):

$$\frac{dp}{dz} = - \frac{2 \tau_R}{R - \delta} \left[\frac{a_{\tau}}{\exp(a_{\tau}) - 1} \right] - \rho_{ND} c_D \frac{dc_D}{dz} + \rho_{ND} g_z . \quad (3.63)$$

Der Impulssatz für die Kernströmung gilt nicht mehr in der Form von Gl.(3.63), wenn ein zusätzlicher Impulsverlust verursacht durch Irreversibilitäten in der Zweiphasenströmung berücksichtigt werden soll (vgl. Abschnitt 3.7.3.1).

3.3.3 Der Impulssatz angewandt auf den Kondensatfilm

Für den ringförmigen Kondensatfilm wird der Impulssatz grundsätzlich genau so angewandt wie in Abschnitt 3.3.2 für die Kernströmung. Dabei muß beachtet werden, daß durch den mit der Strömungsgeschwindigkeit c_{δ} sich an den Kondensatfilm anlagernden kondensierenden Massenstrom ein zusätzlicher Impulsstrom auf den Film übertragen wird. Berücksichtigt man als äußere an den Kondensatfilm angreifende Kräfte Druckkräfte, Schubkräfte an der Wand und an der Filmoberfläche sowie Volumenkräfte, so lautet der Impulssatz angewandt auf den Kondensatfilm:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{K,z} - \dot{I}_{K,z-dz} - \dot{dm}_K c_{\delta} &= - 2 \pi R \delta dp + 2 \pi (R - \delta) dz \tau_{\delta} \\ &- 2 \pi R dz \tau_W + 2 \pi R \delta dz \rho_K g_z . \end{aligned} \quad (3.64)$$

Gl.(3.64) soll eine Beziehung zur Ermittlung der Schubspannung τ_W an der Wand liefern. Es werden deshalb die Glieder, die die Schubspannung τ_W explizit oder implizit enthalten, auf der linken Seite der Gleichung angeordnet:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{K,z} + 2 \pi R \tau_W dz = \dot{I}_{K,z-dz} - 2 \pi R \delta dp + 2 \pi R \delta \rho_K g_z dz \\ + 2 \pi (R - \delta) \tau_\delta dz + 2 \pi (R - \delta) c_\delta \frac{d\dot{m}_K}{dF_\delta} dz . \quad (3.65) \end{aligned}$$

Dabei ist der Term des durch die Kondensation übertragenen Impulsstromes mit der Fläche dF_δ nach Gl.(3.62) erweitert worden. Durch Einsetzen des Impulsstromes $\dot{I}_{K,z}$ nach Gl. (3.29) sowie der Koeffizienten A_1 bis A_3 des Geschwindigkeitsprofils im Kondensatfilm aus den Gln.(3.18) bis (3.20) erhält man aus Gl.(3.65):

$$\begin{aligned} 2\pi\rho_K c_O^2 \delta \left[\frac{\tau_W \delta^2}{\eta_K c_O^2} \left(\frac{R}{3} - \frac{\delta}{4} \right) + \frac{\delta^4}{4\eta_K c_O^2} \left(\frac{dp}{dz} - \rho_K g_z \right)^2 \left(\frac{R}{5} - \frac{\delta}{6} \right) + \frac{\delta^2}{9\eta_K c_O^2} [\tau_\delta \right. \\ \left. - \tau_W - \delta \left(\frac{dp}{dz} - \rho_K g_z \right)]^2 \left(\frac{R}{7} - \frac{\delta}{8} \right) + \frac{\tau_W \delta^3}{\eta_K c_O^2} \left(\frac{dp}{dz} - \rho_K g_z \right) \left(\frac{R}{4} - \frac{\delta}{5} \right) \right. \\ \left. + \frac{2\tau_W \delta^2}{3\eta_K c_O^2} [\tau_\delta - \tau_W - \delta \left(\frac{dp}{dz} - \rho_K g_z \right)] \left(\frac{R}{5} - \frac{\delta}{6} \right) + \frac{\delta^3}{3\eta_K c_O^2} \left(\frac{dp}{dz} \right. \right. \\ \left. \left. - \rho_K g_z \right) [\tau_\delta - \tau_W - \delta \left(\frac{dp}{dz} - \rho_K g_z \right)] \left(\frac{R}{6} - \frac{\delta}{7} \right) \right] + 2\pi R \tau_W dz \\ = \dot{I}_{K,z-dz} + 2\pi \left(\tau_\delta + \frac{d\dot{m}_K}{dF_\delta} c_\delta \right) (R - \delta) dz + 2\pi R \delta \rho_K g_z dz \\ - 2\pi R \delta dp . \quad (3.66) \end{aligned}$$

Dies ist eine quadratische Bestimmungsgleichung für die Wandschubspannung τ_W , die man abkürzend in der Form

$$\tau_W^2 + f_1 \tau_W + f_0 = 0 \quad (3.67)$$

darstellen kann. Dabei nehmen die Koeffizienten f_1 und f_0 folgende Ausdrücke, deren Herleitung hier nicht durchgeführt werden soll, an:

$$f_1 = \frac{63}{13,6 R - 9,625 \delta} \left[\frac{\eta_K^2 R dz}{\rho_K \delta^3} + \frac{\tau_\delta}{3} \left(\frac{32}{105} R - \frac{\delta}{4} \right) + \frac{\delta}{420} \left(\frac{dp}{dz} - \rho_K g_z \right) (39 R - 29 \delta) \right], \quad (3.68)$$

$$f_0 = \frac{63}{13,6 R - 9,625 \delta} \left\{ \frac{\tau_\delta^2}{9} \left(\frac{R}{7} - \frac{\delta}{8} \right) + \frac{\delta}{126} \left(\frac{dp}{dz} - \rho_K g_z \right) [\tau_\delta (3 R - 2,5 \delta) + \delta \left(\frac{dp}{dz} - \rho_K g_z \right) (1,3 R - \delta)] - \frac{\eta_K^2}{2 \pi \rho_K \delta^3} [\dot{i}_{K,z} dz + 2 \pi (\tau_\delta + \frac{dm_K}{dF_\delta} c_\delta) (R - \delta) dz - 2 \pi R \delta \left(\frac{dp}{dz} - \rho_K g_z \right) dz] \right\}. \quad (3.69)$$

Die hier gültige Lösung der quadratischen Gleichung (3.67) lautet:

$$\tau_W = - \frac{f_1}{2} + \left(\frac{f_1^2}{4} - f_0 \right)^{1/2}. \quad (3.70)$$

In den Gln.(3.68) und (3.69) sind der Radius R und die Film-

dicke δ für die Düsenlänge z einzusetzen, da die Schubspannung τ_W benötigt wird, um an dieser Stelle das Geschwindigkeitsprofil im Film zu bestimmen.

3.4 Der Wärmedurchgang von der Kernströmung zur Ringspaltströmung

Die Kondensation an der Düsenwand findet infolge eines Temperaturabfalls senkrecht zur z -Richtung von der Kernströmung zur Ringspaltströmung statt. Ausgehend von der Temperatur T_D der Kernströmung stellt sich an der Grenzfläche zwischen Kernströmung und Kondensatfilm wegen eines Phasenübergangswiderstandes ($1/\alpha_\delta \neq 0$) die niedrigere Filmoberflächentemperatur T_δ ein, woran sich wegen des Wärmeleitwiderstandes im Film ein Abfall auf die Wandtemperatur T_W anschließt, bis schließlich nach einem weiteren Wärmeleitwiderstand in der Düsenwand und einem Wärmeübergangswiderstand ($1/\alpha_a$) im Ringspalt mit der Temperatur $T_{\text{Kühl}}$ des Kühlmittels die niedrigste Temperatur dieses Profils erreicht wird. Dieser Wärmedurchgang senkrecht zur z -Richtung ist in Bild 10 erläutert. Hier bedeuten α_δ und α_a die schon erwähnten Wärmeübergangskoeffizienten, λ_W die Wärmeleitfähigkeit der Düsenwand, δ_W die Wanddicke und R_a den äußeren Radius des Ringspaltes.

Auf den Wärmeübergang infolge Kondensation an der Filmoberfläche wird in Abschnitt 3.4.1 eingegangen. Die Wärmeleitung im Film ist bereits in Abschnitt 3.2.2 durch Er-

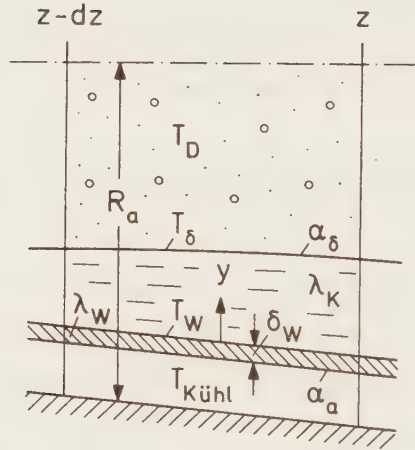


Bild 10: Erläuternde Skizze zum Wärmedurchgang in einem Abschnitt

mittlung des Temperaturprofils $T_K = T_K(y)$ behandelt worden. Hier soll nur die Wärmeleitung durch die Wand und der Wärmeübergang im Ringspalt betrachtet werden, wobei der Wärmeübergangskoeffizient α_a (zur Berechnung von α_a vgl. Abschnitt 3.4.2 als bekannt angesehen wird. Für den vom Film in die Düsenwand geleiteten Wärmestrom gilt

$$d\dot{Q}_W = \lambda_K dF_W \left(\frac{\partial T_K}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (3.71)$$

Mit der Fläche

$$dF_W = \pi (R_{z-dz} + R_z) dz \quad (3.72)$$

und dem Temperaturgradienten an der Wand aus Gl.(3.33)

$$\left(\frac{\partial T_K}{\partial Y}\right)_{Y=0} = \frac{B_1}{\delta} \quad (3.73)$$

erhält man aus Gl.(3.71):

$$d\dot{Q}_W = \lambda_K \pi (R_{z-dz} + R_z) dz \frac{1}{2} \left(\frac{B_1}{\delta} \frac{z-dz}{z-dz} + \frac{B_1}{\delta} \frac{z}{z} \right) \quad (3.74)$$

Außerdem gilt für den an das Kühlmittel übertragenen Wärmestrom

$$d\dot{Q}_W = k_{Wa} dF_{Wa} (T_W - T_{Kühl}) \quad (3.75)$$

wobei das Produkt aus dem Wärmedurchgangskoeffizienten k_{Wa} und der zugehörigen Durchgangsfläche dF_{Wa} nach der Beziehung

$$k_{Wa} dF_{Wa} = \frac{1}{\frac{\delta_W}{\lambda_W dF_m} + \frac{1}{\alpha_a dF_a}} \quad (3.76)$$

berechnet wird. Mit dF_m und dF_a sind wieder die jeweils maßgeblichen Durchgangsflächen bezeichnet worden. Hier wird für kleine Düsenwandstärken ($\delta_W \rightarrow 0$)

$$dF_W = dF_{Wa} = dF_m = dF_a \quad (3.77)$$

angenommen. Aus den beiden Gln.(3.71) und (3.75) für den übertragenen Wärmestrom $d\dot{Q}_W$ erhält man unter Berücksichtigung der Gln.(3.73), (3.41) und (3.77) eine Beziehung zur Berechnung der Wandtemperatur

$$T_W = \frac{T_{Kühl} + \frac{\lambda_K}{k_{Wa} \delta} (T_\delta - B_3 - B_4 - B_5 - B_6)}{1 + \frac{\lambda_K}{k_{Wa} \delta}} \quad (3.78)$$

Um mit Gl.(3.78) $T_W = T_{W,z}$ zu berechnen, muß also auch die Temperatur $T_{\text{Kühl},z}$ des Kühlmittels bekannt sein. Hierfür wird aus den Gln.(3.9), (3.13) und (3.74) zunächst die spezifische Enthalpie des Kühlmittels

$$h_{\text{Kühl},z} = \frac{\lambda_K \pi (R_{z-dz} + R_z) dz}{2 \dot{m}_{\text{Kühl}}} \left(\frac{B_{1,z-dz}}{\delta_{z-dz}} + \frac{B_{1,z}}{\delta_z} \right) + h_{\text{Kühl},z-dz} \quad (3.79)$$

berechnet, so daß $T_{\text{Kühl},z} = T_{\text{Kühl}}(h_{\text{Kühl},z}, p_{\text{Kühl}})$ aus einer Zustandsgleichung für das Kühlmittel, für die hier Gl.(A2.1) in Anhang 2 gilt, durch Iteration bestimmt werden kann. Dabei ist mit $p_{\text{Kühl}}$ der Druck des Kühlmittels bezeichnet worden. Unabhängig von der soeben erwähnten Iteration können $T_{W,z}$ und $T_{\text{Kühl},z}$ selbst bei gegebener Filmoberflächentemperatur T_δ nur iterativ ermittelt werden.

3.4.1 Der Wärmeübergang an der Grenzfläche zwischen Kernströmung und Kondensatfilm

Normalerweise wird der Widerstand beim Phasenübergang vernachlässigt, z.B. bei der Kondensation von Wasserdampf. Dies ist jedoch bei der Kondensation der Dampfphase von Alkalimetallen nicht mehr zulässig. Allgemein kann man den Phasenübergang nach einer theoretischen Studie von Schrage [23] beschreiben. Danach gilt für die Massenstromdichte des kondensierenden Sattedampfes in Abhängigkeit von den Tempe-

raturen T_D und T_δ in der Kernströmung und an der Kondensatfilmoberfläche

$$(\dot{m}/F)_{D,K} = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{1/2} \{ [p_S(T_D) \rho''(T_D)]^{1/2} \Gamma - [p_S(T_\delta) \rho''(T_\delta)]^{1/2} \} \sigma . \quad (3.80)$$

In Gl.(3.80) bedeuten ρ'' die Dichte des gesättigten Dampfes, σ den Kondensationskoeffizienten und Γ einen Korrekturfaktor. Mit der dimensionslosen Kennzahl

$$\phi = \frac{(\dot{m}/F)_{D,K}}{[2 p_S(T_D) \rho''(T_D)]^{1/2}} , \quad (3.81)$$

die ein Maß für den kondensierenden Massenstrom ist, berechnet sich der Korrekturfaktor zu

$$\Gamma = e^{-\phi^2} + \phi \pi^{1/2} (1 + \operatorname{erf} \phi) \quad (3.82)$$

(vgl. Sukhatme, Rohsenow [24]). Für kleine Werte von ϕ kann man für den Korrekturfaktor die Näherungsbeziehung

$$\Gamma = 1 + \phi \pi^{1/2} = 1 + \frac{(\dot{m}/F)_{D,K}}{[2 p_S(T_D) \rho''(T_D)/\pi]^{1/2}} \quad (3.83)$$

verwenden, so daß man nach Einsetzen in Gl.(3.80) für die Massenstromdichte des kondensierenden Sattdampfes

$$(\dot{m}/F)_{D,K} = \frac{\sigma}{2 - \sigma} \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \{ [p_S(T_D) \rho''(T_D)]^{1/2} - [p_S(T_\delta) \rho''(T_\delta)]^{1/2} \} \quad (3.84)$$

erhält. Dabei kann man den Kondensationskoeffizienten σ nach einer Korrelation berechnen, die Kroger und Rohsenow [25] durch Auswertung von Messungen verschiedener Autoren für Kaliumdampf ermittelt haben:

$$\sigma = \frac{0,0624}{[p_s(T_\delta)/\text{bar}]^{1/2}} \quad (0,00389 < \frac{p_s(T_\delta)}{\text{bar}} < 1,0) \quad (3.85a)$$

bzw.

$$\sigma = 1,0 \quad (\frac{p_s(T_\delta)}{\text{bar}} < 0,00389) \quad (3.85b)$$

Da zu Beginn von Abschnitt 3 die Annahme gemacht wurde, daß zusammen mit dem auf der Filmoberfläche kondensierenden Dampf sich hier auch Flüssigkeitstropfen entsprechend ihrem Massenstromanteil x in der Kernströmung anlagern, gilt für die Massenstromdichte des insgesamt auf den Film übertragenen Stoffstromes

$$(\dot{m}/F)_{ND,K} = \frac{(\dot{m}/F)_{D,K}}{x} \quad (3.86)$$

Mit dieser Methode, den durch Kondensation übertragenen Massenstrom zu berechnen, erübrigt es sich, einen Phasenübergangskoeffizienten α_δ zu definieren, um den Temperaturabfall von der Kernströmung zur Filmoberfläche bestimmen zu können.

3.4.2 Der Wärmeübergang an die Ringspaltströmung

Dem Berechnungsverfahren für die Kondensation in der Düse

wird ein fester Wert für den Wärmedurchgangskoeffizienten k_{wa} , der als Parameter verändert werden kann, zugrunde gelegt. Zur Berechnung von k_{wa} benötigt man nach Gl.(3.76) neben der Wärmeleitfähigkeit λ_w und der Dicke δ_w der Düsenwand auch den Wärmeübergangskoeffizienten α_a an der Innenseite des Ringspaltes, durch den das Kühlmittel fließt. Dafür sollen die erforderlichen Beziehungen, mit denen α_a örtlich oder über eine Länge ΔL_{RS} des Ringspaltes gemittelt berechnet oder abgeschätzt werden kann, hier zusammengestellt werden.

Für den Fall turbulenter Strömung von flüssigen Metallen durch einen Ringspalt, bei dem nur auf dessen Innenseite Wärme an das Kühlmittel übertragen wird, geben McLain und Martens [26] für die Nusselt-Zahl die Beziehung

$$Nu_{RS,i} = \frac{\alpha_a D_{gl}}{\lambda_{Kühl}} = \frac{3}{4} \left(\frac{Ra}{R + \delta_w} \right)^{0,3} (7 + 0,025 Pe_{RS}^{0,8}) \quad (3.87)$$

an. Hier ist für den gleichwertigen Durchmesser

$$D_{gl} = 2 (R_a - R - \delta_w) \quad (3.88)$$

und für die Péclet-Zahl

$$Pe_{RS} = \frac{D_{gl} c_{Kühl} \rho_{Kühl} c_{p,Kühl}}{\lambda_{Kühl}} \quad (3.89)$$

einzusetzen. Dabei bedeuten $c_{Kühl}$ die mittlere Strömungsgeschwindigkeit, $\rho_{Kühl}$ die Dichte, $c_{p,Kühl}$ die spezifische

Wärmekapazität und $\lambda_{\text{Kühl}}$ die Wärmeleitfähigkeit des Kühlmittels.

Der Wärmeübergangskoeffizient α_a ist also auch von der Breite des Ringspalt abhängig, die entsprechend dem Druckverlust, der im Ringspalt zugelassen werden soll, gewählt werden muß. Für den Druckabfall des Kühlmittels gilt allgemein:

$$\Delta p_{\text{Kühl}} = \xi_{\text{RS}} \frac{\Delta L_{\text{RS}}}{D_{\text{gl}}} \frac{\rho_{\text{Kühl}}}{2} c_{\text{Kühl}}^2 \quad (3.90)$$

Dabei ist für den Widerstandskoeffizienten (vgl. Dukler [21])

$$\xi_{\text{RS}} = 0,0056 + \frac{0,500}{\text{Re}_{\text{RS}}^{0,32}} \quad (3.91)$$

mit der Reynolds-Zahl

$$\text{Re}_{\text{RS}} = \frac{D_{\text{gl}} \rho_{\text{Kühl}} c_{\text{Kühl}}}{\eta_{\text{Kühl}}} \quad (3.92)$$

einzusetzen.

3.5 Die Definitionen des Düsenwirkungsgrades

Bei der Berechnung der Düsenströmung ist es u.a. interessant, mit welcher Geschwindigkeit die Zweiphasenströmung die gekühlte Düse durch den Austrittsquerschnitt verläßt. Hierfür kann man auf verschiedene Weise Düsenwirkungsgrade definieren, von denen hier drei angegeben werden sollen. Die

erste Definition entspricht grundsätzlich dem in Abschnitt 2.3.4 definierten Wirkungsgrad $\eta_{\alpha\beta}$ für den gekühlten Teil der ummantelten Düse. Deshalb können hier auch dieselben Beziehungen wie in Abschnitt 2.3.4 unter Beachtung geänderter Indizes und Bezeichnungen der Zustände verwendet werden. Diese Definition gilt für den Fall, daß das Kühlmittel mit einem Massenstrom vom gleichen Betrage wie dem der Zweiphasenströmung aber im Gegenstrom durch den Ringspalt fließt. Im Eintrittsquerschnitt der gekühlten Düse ($z = 0$) wird noch eine homogene Zweiphasenströmung im Zustand 0 angenommen. Hier gilt also für die Massenströme

$$\dot{m}_{K,O} = 0 \quad (3.93)$$

und
$$\dot{m}_{ND,O} = \dot{m}_O \quad (3.94)$$

Außerdem beträgt der Massenstrom des Kühlmittels

$$\dot{m}_{Kühl} = - \dot{m}_O = \text{konst.} \quad (3.95)$$

Für die spezifische Entropie $\tilde{s}_{ZP,z}$, mit der eine als homogen angenommene Zweiphasenströmung unter reversiblen Bedingungen, wie sie in Abschnitt 2.3.4 beschrieben worden sind, den Austrittsquerschnitt bei der Düsenlänge z verläßt, gilt entsprechend Gl.(2.38):

$$\tilde{s}_{ZP,z} = s_O - (h_{Kühl,O} - h_{Kühl,z}) \frac{\ln(T_O/T_{D,z})}{T_O - T_{D,z}} \quad (3.96)$$

Für die zugehörige spezifische Enthalpie gilt entsprechend Gl.(2.39)

$$\begin{aligned}\tilde{h}_{ZP,z} &= h(\tilde{s}_{ZP,z}, p_z) \\ &= h'(T_{D,z}) + T_{D,z} [\tilde{s}_{ZP,z} - s'(T_{D,z})] ,\end{aligned}\quad (3.97)$$

so daß die kinetische Energie der Zweiphasenströmung im Austrittsquerschnitt unter reversiblen Bedingungen entsprechend Gl.(2.35) nach der Beziehung

$$(\tilde{c}_{ZP,z}^2/2) = (c_0^2/2) + h_0 - \tilde{h}_{ZP,z} - (h_{Kühl,O} - h_{Kühl,z}) \quad (3.98)$$

berechnet werden kann. Es bedeuten T_0 die absolute Temperatur, s_0 die spezifische Entropie, h_0 die spezifische Enthalpie und c_0 die Geschwindigkeit der Zweiphasenströmung im Zustand 0 im Eintrittsquerschnitt der gekühlten Düse sowie $h_{Kühl,O}$ die spezifische Enthalpie des Kühlmittels im Ringspaltquerschnitt mit der Düsenlängskoordinate $z = 0$. Da in Abschnitt 2 eine homogene Zweiphasenströmung, die mit einer definierten Geschwindigkeit in den nachfolgenden adiabaten Teil der ummantelten Düse und anschließend in die Kondensationszone eintritt, angenommen wurde, ist es hier sinnvoll, unter der Bedingung der Impulsstromerhaltung einen fiktiven Mischzustand mit der Strömungsgeschwindigkeit

$$\bar{c}_{ZP,z} = \frac{1}{\dot{m}_0} (\dot{m}_{ND,z} c_{D,z} + \dot{I}_{K,z}) \quad (3.99)$$

im Austrittsquerschnitt der gekühlten Düse zu berechnen und damit entsprechend Gl.(2.40) den Düsenwirkungsgrad

$$\bar{\eta}_{DQ} = \frac{(\bar{c}_{ZP,z}^2/2) - (c_O^2/2)}{(\bar{c}_{ZP,z}^2/2) - (c_O^2/2)} \quad (3.100)$$

zu definieren. Es sei noch einmal darauf hingewiesen, daß sich die Wirkungsgrade $\bar{\eta}_{DQ}$ und $\eta_{\alpha\beta}$ entsprechen, wobei $\bar{\eta}_{DQ}$ für eine heterogene und $\eta_{\alpha\beta}$ für eine homogene Zweiphasenströmung gelten.

Eine zweite Möglichkeit, einen Düsenwirkungsgrad zu definieren, besteht darin, die Änderung der kinetischen Energie auf eine isentrope Enthalpiedifferenz zu beziehen (vgl. Freund [4]) anstatt auf die Änderung der kinetischen Energie bei einem reversiblen Idealprozeß. Nimmt man an, daß der Zustand O im Eintrittsquerschnitt der gekühlten Düse durch eine vorhergehende Expansion vom Zustand B aus, die durch den isentropen Strömungswirkungsgrad

$$\eta_{BO} = \frac{(c_O^2/2) - (c_B^2/2)}{h_B - h(s_B, p_O)} \quad (3.101)$$

gekennzeichnet ist, erreicht wird, so kann man auch den folgenden Düsenwirkungsgrad definieren:

$$\bar{\eta}_D = \frac{(\bar{c}_{ZP,z}^2/2) - (c_B^2/2)}{h_B - h(s_B, p_z)} \quad (3.102)$$

Hier bedeuten h_B , s_B und c_B die spezifische Enthalpie, spezifische Entropie und Geschwindigkeit im Zustand B, p_O den Druck im Eintrittsquerschnitt sowie p_z den Druck im Aus-

trittsquerschnitt der gekühlten Düse. Für $\bar{c}_{ZP,z}$ ist auch hier wieder die nach Gl.(3.99) berechnete Geschwindigkeit einzusetzen. Dadurch ist es möglich, die von Freund [4] für eine heterogene Tropfenströmung (unterschiedliche Geschwindigkeiten aber gleiche Temperatur der Phasen im Querschnitt) berechneten Düsenwirkungsgrade mit denen zu vergleichen, die sich in dieser Arbeit für eine homogene Kernströmung und eine sie umgebende Ringströmung (unterschiedliche Geschwindigkeiten und Temperaturen) ergeben. Durch die Berechnung der Strömungsgeschwindigkeit $\bar{c}_{ZP,z}$ nach Gl.(3.99) ergeben sich nämlich für beide Strömungsmodelle fiktive Mischzustände mit derselben Temperatur $T_{D,z}$ (und demselben Druck p_z) im Austrittsquerschnitt der gekühlten Düse. Ein Vergleich der für verschiedene Strömungsmodelle nach Gl.(3.102) berechneten Düsenwirkungsgrade $\bar{\eta}_D$ ist sinnvoller als von Wirkungsgraden η_D , die mit der tatsächlichen kinetischen Energie der Zweiphasenströmung im Austrittsquerschnitt gebildet sind, vgl. Freund [4]. Das ergäbe eine weitere Möglichkeit, einen Düsenwirkungsgrad zu definieren:

$$\eta_D = \frac{(c_{ZP,z}^2/2) - (c_B^2/2)}{h_B - h(s_B, p_z)}, \quad (3.103)$$

wobei für $(c_{ZP,z}^2/2)$ die kinetische Energie der Zweiphasenströmung im Austrittsquerschnitt der gekühlten Düse

$$(c_{ZP,z}^2/2) = \frac{1}{\dot{m}_O} [\dot{m}_{ND,z} (c_{D,z}^2/2) + \dot{E}_{kin,K,z}] \quad (3.104)$$

in Gl.(3.103) einzusetzen ist.

3.6 Der Berechnungsgang für die Düsenströmung

Am Anfang von Abschnitt 3 ist bereits darauf hingewiesen worden, daß die für die heterogene Zweiphasenströmung in der Düse geltenden gekoppelten Bilanzgleichungen, die in den Abschnitten 3.1 bis 3.4 angegeben worden sind, mit einem Differenzenverfahren gelöst werden. Dabei wird die Düse, deren Kontur als bekannt vorausgesetzt wird, zunächst in Abschnitte endlicher Breite aufgeteilt, wobei die Abschnittsbreiten variabel sind und entsprechend den Änderungen des Düsenradius, der Kondensatfilmdicke sowie der Geschwindigkeit und der Temperatur der Kernströmung gewählt werden. So werden z.B. am Anfang der Düse, wo große relative Änderungen der Filmdicke auftreten, kleine Abschnittsbreiten angenommen. Um die die Zweiphasenströmung kennzeichnenden Daten in dem zur Düsenlängskoordinate z gehörenden Querschnitt berechnen zu können, müssen die Daten in den beiden und damit auch allen anderen davor liegenden Querschnitten bekannt sein. Das Rechenverfahren ist also auf die ersten beiden Querschnitte hinter dem Eintrittsquerschnitt nicht anwendbar, weshalb hierfür in Abschnitt 3.6.1 eine vereinfachte Anlaufrechnung angegeben wird. Am Anfang eines Abschnitts, an der Stelle $(z-dz)$, wird eine für die thermodynamischen Zustandsgrößen und Transportgrößen maßgebliche Kondensattemperatur

$$\bar{T}_K = 0,75 T_{W,z-dz} + 0,25 T_{\delta,z-dz} \quad (3.105)$$

bestimmt und mit ihr die Dichte $\rho_K(\bar{T}_K)$, die spezifische Wärmekapazität $c_{pK}(\bar{T}_K)$, die dynamische Viskosität $\eta_K(\bar{T}_K)$ und die Wärmeleitfähigkeit $\lambda_K(\bar{T}_K)$ des Kondensats berechnet. Diese Werte werden für den ganzen Abschnitt ebenso als konstant angenommen wie die für die Koordinate $(z-dz)$ berechnete Schubspannung τ_R . Die kondensierende Massenstromdichte $(\dot{dm}_K/dF_\delta)$ wird für den betrachteten Abschnitt als arithmetisches Mittel der Massenstromdichten in den den Abschnitt begrenzenden Querschnitten berechnet:

$$\frac{\dot{dm}_K}{dF_\delta} = \frac{1}{2} [(\dot{m}/F)_{ND,K,z-dz} + (\dot{m}/F)_{ND,K,z}] \quad (3.106)$$

Während $(\dot{m}/F)_{ND,K,z-dz}$ nach Gl.(3.86) am Anfang des Abschnitts berechnet wurde, wird $(\dot{m}/F)_{ND,K,z}$ durch lineare Extrapolation aus den kondensierenden Massenstromdichten am Anfang dieses und des davor liegenden Abschnitts bestimmt. Dadurch wird eine zusätzliche Iterationsschleife, die den Zeitaufwand des Rechenverfahrens erheblich vergrößern würde, vermieden. Die mit Gl.(3.106) berechnete kondensierende Massenstromdichte $(\dot{dm}_K/dF_\delta)$ wird nur zur Berechnung der Schubspannungen τ_δ nach Gl.(3.54) und τ_W nach Gl.(3.70) verwendet. Dabei wird τ_δ für die Koordinate $(z-dz)$ berechnet und für den ganzen betrachteten Abschnitt als konstant angenommen, während die Wandschubspannung τ_W an der Stelle z (Abschnittsende) bestimmt wird, um dort mit ihr das Geschwindigkeitsprofil im Kondensatfilm ermitteln zu können.

Unter diesen Annahmen wird die Düsenströmung im zur Koordinate z gehörenden Querschnitt iterativ berechnet. Dazu wird zunächst eine geschätzte Kondensatfilmdicke δ_z angenommen. Dann wird durch Iteration die Temperatur $T_{D,z}$ der Kernströmung so bestimmt, daß der zugehörige Sättigungsdruck p_z mit dem Druck, der sich entsprechend dem Impulssatz für die Kernströmung aus der nach Gl. (3.63) berechneten Druckänderung ergibt, bis auf einen relativen Fehler von $1,0 \cdot 10^{-8}$ übereinstimmt. Durch diese Iteration werden gleichzeitig auch die Geschwindigkeit $c_{D,z}$, die Dichte $\rho_{ND,z}$, der Dampfgehalt x_z und der Massenstrom $\dot{m}_{ND,z}$ der Kernströmung sowie der Massenstrom $\dot{m}_{K,z}$ des Kondensatfilms berechnet. Anschließend wird in der nächsten Iterationsschleife die Kondensatoberflächentemperatur $T_{\delta,z}$ ermittelt. Dies geschieht so, daß die auf die Fläche dF_{δ} bezogene Differenz $(\dot{m}_{K,z} - \dot{m}_{K,z-dz})$ der nach Gl. (3.23) berechneten Kondensatmassenströme mit der auf Grund der Temperaturdifferenz $(T_D - T_{\delta})$ kondensierenden Massenstromdichte $(d\dot{m}_K/dF_{\delta})$ bis auf einen relativen Fehler von $1,0 \cdot 10^{-7}$ übereinstimmt. Dabei wird die Grenzfläche zwischen Kernströmung und Kondensatfilm hier mit dem arithmetischen Mittel der maßgeblichen Radien nach der Beziehung

$$dF_{\delta} = \pi (R_{z-dz} - \delta_{z-dz} + R_z - \delta_z) dz \quad (3.107)$$

berechnet, während für die kondensierende Massenstromdichte $(d\dot{m}_K/dF_{\delta})$ grundsätzlich wieder Gl. (3.106) gilt, allerdings unter der Beachtung, daß jetzt auch $(\dot{m}/F)_{ND,K,z}$ nach

Gl.(3.86) berechnet wird. Lediglich für die ersten sechs mit dem vollständigen Differenzenverfahren berechneten Querschnitte hinter den beiden ersten mit der vereinfachten Anlaufrechnung berechneten Querschnitten wird die kondensierende Massenstromdichte anstatt nach Gl.(3.106) nach der Beziehung

$$\frac{d\dot{m}_K}{dF_\delta} = (\dot{m}/F)_{ND,K,z} \quad (3.108)$$

berechnet, da das Rechenverfahren sonst numerisch instabil wird. Durch eine weitere Iteration wird die Wandtemperatur $T_{W,z}$ auf $2,0 \cdot 10^{-7}$ K genau ermittelt, indem Gl.(3.78) erfüllt wird. Hierbei werden gleichzeitig auch die spezifische Enthalpie $h_{Kühl,z}$ und die Temperatur $T_{Kühl,z}$ des Kühlmittels bestimmt. Zur Berechnung der spezifischen Enthalpie $h_{Kühl,z}$ nach Gl.(3.79) wird dabei ebenfalls für die ersten sechs mit dem vollständigen Differenzenverfahren berechneten Querschnitte statt des arithmetischen Mittels $0,5(B_{1,z-dz}/\delta_{z-dz} + B_{1,z}/\delta_z)$ der Ausdruck $(B_{1,z}/\delta_z)$ verwendet, wieder aus dem Grund, eine numerische Instabilität des Rechenverfahrens zu vermeiden. Dies gilt auch für Gl.(3.74). Jetzt wird die anfangs geschätzte Kondensatfilmdicke δ_z so lange verändert, bis die nach den Gln.(3.9) und (3.74) berechneten Wärmeströme bis auf einen relativen Fehler von $1,0 \cdot 10^{-5}$ übereinstimmen. Innerhalb dieser äußeren Iterationsschleife zur Ermittlung der Kondensatfilmdicke δ_z müssen die drei nacheinander erfolgenden Iterationen zur Bestim-

mung der Temperaturen $T_{D,z}$, $T_{\delta,z}$ und $T_{W,z}$ für jede Filmdicke δ_z jeweils vollständig wiederholt werden. Bei den beschriebenen Iterationen könnten möglicherweise auch größere Rechenungenauigkeiten zugelassen werden. Das ist wegen der in den aufeinanderfolgenden Iterationen sich fortpflanzenden Fehler nicht geschehen.

3.6.1 Berechnung der ersten beiden Düsenquerschnitte mit einer vereinfachten Anlaufrechnung

Im vorhergehenden Abschnitt ist darauf hingewiesen worden, daß die ersten beiden Querschnitte hinter dem Eintrittsquerschnitt mit einer vereinfachten Anlaufrechnung berechnet werden müssen. Dabei werden der Wärmeleitwiderstand und die kinetische Energie des sich bildenden Kondensatfilms vernachlässigt. Nimmt man an, daß die über die Wand an das Kühlmittel übertragene Energie aus der Verdampfungsenthalpie, der vollständig dissipierten kinetischen Energie sowie der Enthalpieabnahme des Kondensats infolge Temperaturabsenkung von T_D auf T_{δ} resultiert, dann gilt für den Massenstrom des Kondensatfilms

$$\dot{m}_{K,z} = \frac{k_{Wa} (T_{\delta} - T_{Kühl}) 2 \pi R z}{x(h'' - h') + c_{pK}(T_D - T_{\delta}) + (c_D^2/2)} \quad (3.109)$$

Außerdem läßt sich der Massenstrom $\dot{m}_{K,z}$ aus den in Abschnitt 3.4.1 angegebenen Beziehungen für den Phasenübergang ermitteln:

$$\dot{m}_{K,z} = (\dot{m}/F)_{ND,K} 2 \pi R z . \quad (3.110)$$

In Gl.(3.110) wird die kondensierende Massenstromdichte $(\dot{m}/F)_{ND,K}$ nach Gl.(3.86) berechnet. Aus diesen beiden Gln. (3.109) und (3.110) kann die Kondensatoberflächentemperatur T_δ iterativ bestimmt und damit auch der Kondensatmassenstrom $\dot{m}_{K,z}$ berechnet werden. Mit der Voraussetzung eines linearen Geschwindigkeitsprofils im Film

$$c_K = \frac{\tau_\delta}{\eta_K} y \quad (3.111)$$

erhält man für den Kondensatmassenstrom aus Gl.(3.21) unter Vernachlässigung von y gegenüber dem Düsenradius R außerdem die Beziehung

$$\dot{m}_{K,z} = \frac{\pi \rho_K R \tau_\delta \delta_z^2}{\eta_K} , \quad (3.112)$$

aus der die Filmdicke δ_z berechenbar ist. Dabei wird die Schubspannung τ_δ nach Gl.(3.54) ermittelt, indem die Geschwindigkeit c_δ vernachlässigt und für den Differentialquotienten $(d\dot{m}_K/dF_\delta)$ der Ausdruck $(\dot{m}_{K,z}/2\pi R z)$ eingesetzt wird. Schließlich kann aus der Enthalpieänderung des Kühlmittels

$$\begin{aligned} \dot{m}_{Kühl} (h_{Kühl,z} - h_{Kühl,0}) = \\ \dot{m}_{K,z} [x(h'' - h') + c_{pK}(T_D - T_\delta) + (c_D^2/2)] \end{aligned} \quad (3.113)$$

die Temperaturänderung $\Delta T_{Kühl}$ bestimmt werden.

3.7 Die Ergebnisse der Berechnung der Düsenströmung

3.7.1 Darstellung der Düsenströmung an einem Beispiel

Nach dem in den Abschnitten 3.1 bis 3.6 angegebenen Rechenverfahren soll hier zunächst an einem Beispiel die Expansion einer Kalium-Zweiphasenströmung in der Düse bei gleichzeitiger Wärmeübertragung an das im Gegenstrom durch den Düsenringspalt fließende flüssige Kalium dargestellt werden. Dabei werden die Daten zugrunde gelegt, die sich bei der Wirkungsgrad-Optimierung des MHD-Prozesses für $\gamma = 0,9$, $\Delta T = 30 \text{ K}$ und $\eta_{\alpha\beta} = 0,5$ ergeben (vgl. Bild 6). Die Düsenkontur wird nach dem allgemeinen Ansatz

$$\frac{R}{R_0} = 1 + R_A \left(\frac{z}{R_0}\right) + R_B \left(\frac{z}{R_0}\right)^2 + R_C \left(\frac{z}{R_0}\right)^3 \quad (3.114)$$

berechnet, wobei mit $R_0 = D_0/2$ der Radius des Eintrittsquerschnittes ($z = 0$) der gekühlten Düse bezeichnet wurde. Die für die hier gewählten Koeffizienten R_A , R_B und R_C sich ergebende Kontur ist im oberen Teil von Bild 11 in Längsrichtung stark gestaucht abgebildet; sie ist in Wirklichkeit langgestreckt mit kleinem Öffnungswinkel. In Bild 11 sind die wichtigsten Größen, die die in der Düse expandierende Zweiphasenströmung kennzeichnen, als Funktion der dimensionslosen Düsenlängskoordinate (z/R_0) dargestellt. Man erkennt, daß die zur Wärmeübertragung erforderliche Temperaturdifferenz $\Delta t_z = t_D - t_{\text{Kühl}}$ sich auf Grund der gewählten Düsenkontur über der Düsenlänge nur wenig verändert. Die Kernströmung wird durch die Expansion beschleunigt; ihre

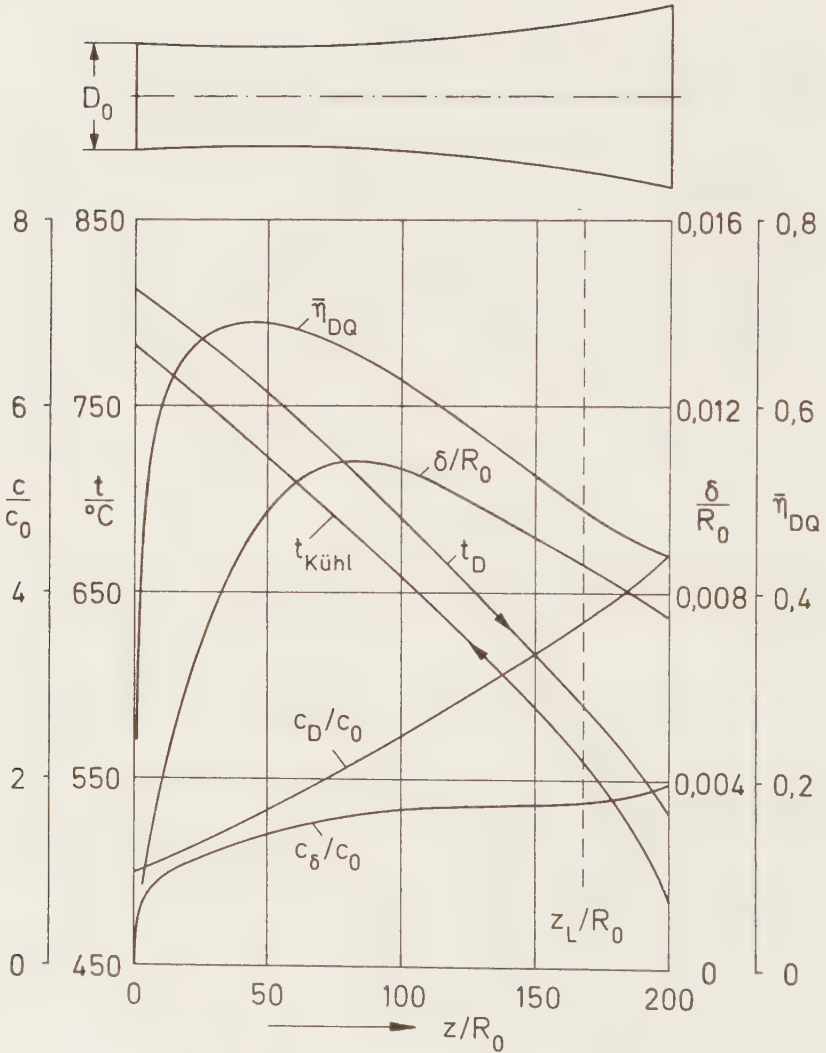


Bild 11: Darstellung charakteristischer Größen der Düsenströmung als Funktion der Düsenlängskoordinate z .

Es sind: $t_0 = 812,815^\circ\text{C}$; $t_{\text{Kühl},0} = 782,815^\circ\text{C}$; $c_0 = 72,22 \text{ m/s}$; $x_0 = 0,034815$; $\dot{m}_{\text{Kühl}} = -\dot{m}_0 = -1,0 \text{ kg/s}$; $p_{\text{Kühl}} = 4,75 \text{ bar}$; $R_0 = 0,0143 \text{ m}$; $R_A = -0,003$; $R_B = 3,15 \cdot 10^{-5}$; $R_C = 5,0 \cdot 10^{-9}$; $k_{\text{wa}} = 30 \text{ kW/(m}^2 \text{ K)}$; $g_z = 0$.

Geschwindigkeit c_D nimmt in diesem Beispiel über der ganzen Düsenlänge progressiv zu. Die Filmoberflächengeschwindigkeit c_δ steigt am Düsenanfang zunächst stark an, nimmt dann aber im Vergleich zur Geschwindigkeit c_D der Kernströmung nur noch langsam zu. Der Verlauf der Filmdicke δ über der Düsenlänge zeigt infolge der großen Beschleunigung der Kernströmung ein Maximum. Außerdem ist in Bild 11 noch der Düsenwirkungsgrad $\bar{\eta}_{DQ}$ über der Düsenlängskoordinate aufgetragen. Auf Grund seiner Definition nach Gl.(3.100) ist der Wirkungsgrad $\bar{\eta}_{DQ}$ stark von der Expansion der Kernströmung und damit von der Düsenkontur abhängig. Dies zeigt sich hier besonders am Düsenanfang mit dem steilen Anstieg von $\bar{\eta}_{DQ}$ bis zu einem Maximum.

Im genannten Beispiel der Wirkungsgrad-Optimierung des MHD-Prozesses expandiert die Zweiphasenströmung bis zur Temperatur $t_{D,L} = 589,85^\circ \text{C}$ im Austrittsquerschnitt der gekühlten Düse. Aus Bild 11 ist ersichtlich, daß diese Temperatur im zur Koordinate $(z_L/R_0) = 167,8$ gehörenden Querschnitt erreicht wird. Dort beträgt die Temperaturdifferenz $\Delta t_L = 30 \text{ K}$ und der Düsenwirkungsgrad $\bar{\eta}_{DQ,L} = 0,489$. Dieser Wert entspricht mit ausreichender Genauigkeit dem anfangs angenommenen Wirkungsgrad für die homogene Strömung $\eta_{\alpha\beta} = 0,5$.

Zur Berechnung des Wärmedurchgangs von der Düseninnenwand zur Kühlflüssigkeit im Ringspalt ist mit dem Wärmedurchgangskoeffizienten k_{Wa} ein Parameter eingeführt worden, für den in dem in Bild 11 dargestellten Beispiel $k_{Wa} = 30$

$\text{kW}/(\text{m}^2 \text{ K})$ angenommen worden ist. Der Wärmedurchgangskoeffizient k_{Wa} kann natürlich als Parameter variiert werden; allerdings besteht ein Zusammenhang zwischen k_{Wa} und dem Druckabfall im Ringspalt $\Delta p_{\text{Kühl}}$. Hier soll daher gezeigt werden, daß in dem genannten Beispiel für den Wärmedurchgangskoeffizienten k_{Wa} ein realistischer Wert zugrunde gelegt worden ist. Dabei wird k_{Wa} als über der Düsenlänge gemittelter Wert bestimmt. Für $(z_L/R_0) = 167,8$ hat die Düse eine Länge von $\Delta L_{\text{RS}} = 2,395 \text{ m}$ und einen mittleren Radius $R = 14,99 \text{ mm}$. Die Stärke der Düsenwand wird zu $\delta_W = 0,73 \text{ mm}$ angenommen. Als Material wird Niob mit einer Wärmeleitfähigkeit $\lambda_W = 65,4 \text{ W}/(\text{m K})$ gewählt (vgl. Touloukian [27]). Für eine mittlere Temperatur des Kühlmittels im Ringspalt $t_{\text{Kühl}} = 671,33 \text{ }^\circ\text{C}$ berechnet man nach den in Anhang 1 angegebenen Beziehungen $\rho_{\text{Kühl}} = 685,04 \text{ kg}/\text{m}^3$, $c_{p,\text{Kühl}} = 0,7696 \text{ kJ}/(\text{kg K})$, $\lambda_{\text{Kühl}} = 33,08 \text{ W}/(\text{m K})$ und $\eta_{\text{Kühl}} = 1,450 \cdot 10^{-4} \text{ kg}/(\text{m s})$. Bei einem gleichwertigen Durchmesser $D_{g1} = 5,9 \text{ mm}$ (vgl. Gl.(3.88)) ergibt sich für einen Massenstrom $\dot{m}_{\text{Kühl}} = -1,0 \text{ kg/s}$ eine Strömungsgeschwindigkeit $c_{\text{Kühl}} = 4,580 \text{ m/s}$. Nach Gl.(3.87) erhält man dann für den Wärmeübergangskoeffizienten $\alpha_a = 45,17 \text{ kW}/(\text{m}^2 \text{ K})$ sowie nach Gl.(3.76) für den Wärmedurchgangskoeffizienten $k_{\text{Wa}} = 30,0 \text{ kW}/(\text{m}^2 \text{ K})$. Der Druckabfall im Ringspalt berechnet sich nach Gl.(3.90) zu $\Delta p_{\text{Kühl}} = 0,50 \text{ bar}$. Dies entspricht für $p = 5 \text{ bar}$ einem relativen Druckabfall im Ringspalt $\varepsilon_D = 0,10$, der auch der Wirkungsgrad-Optimierung des MHD-Prozesses (vgl. Bild 6) zugrunde liegt. Entsprechend dem angenommenen relativen

	R_A	R_B	R_C	$t_{D,L}/^{\circ}\text{C}$	z_L/R_O	$\bar{\eta}_{DQ,L}$
1	-0,0008	0	0	755,1	57,5	0,697
2	0	0	0	708,5	118,6	0,652
3	0,0005	0	0	664,2	207,2	0,574
4	0,0007	0	0	633,0	325,0	0,488
5	0,00075	0	0	616,9	435,8	0,421
6	0	$4,14 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-9}$	589,85	277,2	0,457
7	-0,003	$3,15 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-9}$	589,85	167,8	0,489

Tabelle 2: Einfluß der Düsenkontur auf die kondensierende Zweiphasenströmung. Es sind: $t_O=812,815^{\circ}\text{C}$; $\Delta t_O=30\text{ K}$; $c_O=72,22\text{ m/s}$; $x_O=0,034815$; $R_O=0,0143\text{ m}$; $\dot{m}_{\text{Kühl}}=-\dot{m}_O=-1,0\text{ kg/s}$; $p_{\text{Kühl}}=4,75\text{ bar}$; $\Delta t_L=30\text{ K}$; $k_{wa}=30\text{ kW/(m}^2\text{ K)}$; $g_z=0$.

Druckabfall im Ringspalt $\epsilon_D = 0,1$ ist für das betrachtete Beispiel $k_{wa} = 30\text{ kW/(m}^2\text{ K)}$ also ein realistisch gewählter Wert für den Wärmedurchgangskoeffizienten.

Tabelle 2 zeigt den Einfluß der Düsenkontur auf die kondensierende Zweiphasenströmung. Dabei sind bis auf die variierte Düsenkontur dieselben Anfangsdaten wie in dem in Bild 11 dargestellten Beispiel angenommen worden. Die Expansion der Zweiphasenströmung wird jeweils so weit geführt, daß am Düsenende $z = z_L$ die zur Wärmeübertragung erforderliche Temperaturdifferenz $\Delta t_L = \Delta t_O$ beträgt. Die ersten fünf Beispiele in Tabelle 2, denen jeweils eine lineare Kontur zugrunde liegt, zeigen, daß durch eine Vergrößerung des Öffnungswinkels der Düse die Expansion zu klei-

neren Temperaturen $t_{D,L}$ führt. Damit verbunden ist eine Zunahme der Düsenlänge z_L , die wegen der kleiner werdenden mittleren Temperaturdifferenz zur Wärmeübertragung sogar überproportional ist. Der wachsende Kondensatfilmmassenstrom sowie die größeren Düsenlängen bewirken dabei eine Abnahme des Düsenwirkungsgrades $\bar{\eta}_{DQ,L}$. Die Beispiele 6 und 7 zeigen, insbesondere im Vergleich zu Beispiel 5, daß durch eine Änderung der Düsenkontur zu einer Form, bei der der Öffnungswinkel mit der Koordinate z wächst, die Düsenlänge z_L erheblich verkürzt werden kann, obwohl die Expansion sogar bis zu einer kleineren Temperatur $t_{D,L}$ führt. Dies liegt in der größeren über der Düsenlänge gemittelten Temperaturdifferenz zur Wärmeübertragung begründet, die durch die Änderung der Düsenkontur bewirkt wird. Damit verbunden ist eine Vergrößerung des Düsenwirkungsgrades $\bar{\eta}_{DQ,L}$. Die in Beispiel 7 von Tabelle 2 angenommene Kontur, die auch Bild 11 zugrunde liegt, ist demnach zwar keine nach einem definierten Kriterium optimierte Düsenform, führt aber doch wegen der über der Düsenlänge sich nur wenig ändernden Temperaturdifferenz Δt_z zu einer relativ kurzen Düse und damit einem großen Düsenwirkungsgrad $\bar{\eta}_{DQ,L}$.

3.7.2 Ausgewählte Beispiele der Düsenströmung bei Variation verschiedener Einflußgrößen

In diesem Abschnitt soll der Einfluß geänderter Anfangsdaten auf die Expansion der Zweiphasenströmung in der Düse

untersucht werden. Wegen der großen Zahl von Parametern, die eine umfassende, systematische Darstellung erschwert und einen großen Rechenaufwand erfordern würde, werden hier Einzelbeispiele der Düsenströmung für verschiedene Anfangsdaten angegeben. Die Ergebnisse sind in den Tabellen 3 bis 10 zusammengestellt. Auf eine graphische Wiedergabe ist verzichtet worden, da diese Diagramme im Prinzip Bild 11 entsprechen würden. Die Tabellen enthalten die Düsenlängskoordinate z , den Düsenradius R , die Geschwindigkeit c_D der Kernströmung, die Filmoberflächengeschwindigkeit c_δ , die Filmdicke δ und den Kondensatfilmmassenstrom $\dot{m}_K$ jeweils in dimensionsloser Form, außerdem die Temperaturen t_D der Kernströmung und $t_{\text{Kühl}}$ des Kühlmittels sowie den Düsenwirkungsgrad $\bar{\eta}_{DQ}$. In allen Beispielen ist die Annahme $\dot{m}_{\text{Kühl}} = -\dot{m}_O$ getroffen worden. Außerdem ist der Einfachheit halber die Düsenkontur jeweils linear gewählt worden. Tabelle 3 gibt ein Beispiel mit kleiner Anfangsgeschwindigkeit c_O und kleinem Anfangsdampfgehalt x_O wieder. Dagegen gilt Tabelle 4 für eine Düsenströmung mit großen Werten für c_O und x_O . In den Tabellen 5 und 6 sind Beispiele für verschieden große Temperaturdifferenzen zur Wärmeübertragung Δt_O im Eintrittsquerschnitt der gekühlten Düse angegeben. Der Einfluß des Wärmedurchgangskoeffizienten auf die kondensierende Zweiphasenströmung ist in den Tabellen 7 und 8, denen verschiedene Werte für k_{Wa} zugrunde liegen, dargestellt worden. Tabelle 9 gilt für einen im Vergleich zu den anderen Beispielen wesentlich größeren Massenström $\dot{m}_O$. Schließlich ist bei der in Tabelle

10 wiedergegebenen Düsenströmung die Fallbeschleunigung g_z berücksichtigt worden, deren Auswirkung im direkten Vergleich mit Tabelle 6 deutlich wird.

Um die angegebenen Beispiele miteinander vergleichen zu können, sind die aus den Tabellen 3 bis 10 entnommenen Werte, die sich jeweils für eine Expansion der Zweiphasenströmung bis zur Temperaturdifferenz $\Delta t_L = \Delta t_0$ ergeben, gemeinsam mit denen weiterer Beispiele in Tabelle 11 zusammengestellt worden. Da der Eintrittszustand der Zweiphasenströmung für den gekühlten Teil der Düse durch Expansion in das Naßdampfgebiet erreicht wird, ist normalerweise ein hoher Anfangsdampfgehalt x_0 mit einer großen Eintrittsgeschwindigkeit c_0 gekoppelt. Deshalb sollen zunächst Düsenströmungen mit kleinen Werten für x_0 und c_0 (Beispiele 1 und 2 in Tabelle 11) mit solchen verglichen werden, denen große Werte für x_0 und c_0 zugrunde liegen (Beispiele 5 und 6). Insbesondere zeigt sich, daß die Düsenströmung in Beispiel 1 bis zu einer kleineren Temperatur $t_{D,L}$ expandiert als in Beispiel 5, dabei aber trotz einer längeren Düse einen erheblich größeren Düsenwirkungsgrad $\bar{\eta}_{DQ,L}$ erreicht. Düsenströmungen mit größeren Werten für x_0 und c_0 führen also infolge der größeren Strömungsverluste durch Kondensation an der Wand zu kleineren Düsenwirkungsgraden. Im einzelnen ist diese Auswirkung auf den Einfluß der Anfangsgeschwindigkeit c_0 zurückzuführen, wie die Beispiele 7, 8, 11 und 12 in Tabelle 11 zeigen. Man sieht, daß in Beispiel 8 ($c_0 = 90$ m/s) trotz

z/R_0	R/R_0	t_D °C	$t_{\text{Kühl}}$ °C	c_D/c_0	c_δ/c_0	δ/R_0	$\dot{m}_K/\dot{m}_0$	$\bar{\eta}_{DQ}$
0	1,000	800,0	760,0	1,000	0,000	0,00000	0,000	
1	1,001	795,4	758,3	1,071	0,668	0,00099	0,020	0,833
2	1,001	791,7	756,6	1,129	0,796	0,00153	0,037	0,842
5	1,003	783,0	752,2	1,260	0,970	0,00263	0,079	0,843
10	1,005	772,7	745,8	1,416	1,109	0,00380	0,131	0,833
20	1,010	757,8	734,8	1,638	1,260	0,00525	0,206	0,811
30	1,015	746,1	725,0	1,809	1,357	0,00620	0,263	0,791
40	1,020	736,1	715,7	1,957	1,434	0,00691	0,310	0,772
50	1,025	726,8	706,6	2,093	1,504	0,00747	0,352	0,756
60	1,030	718,0	697,3	2,223	1,572	0,00794	0,390	0,741
70	1,035	709,3	687,7	2,351	1,643	0,00833	0,427	0,728
80	1,040	700,4	677,4	2,481	1,718	0,00866	0,463	0,717
90	1,045	691,3	666,4	2,615	1,800	0,00894	0,499	0,707
100	1,050	681,7	654,3	2,757	1,890	0,00918	0,536	0,698
110	1,055	671,3	640,7	2,909	1,990	0,00938	0,574	0,691
120	1,060	660,0	625,4	3,077	2,102	0,00954	0,613	0,686
130	1,065	647,3	607,8	3,264	2,227	0,00967	0,654	0,684
140	1,070	633,0	587,4	3,477	2,365	0,00976	0,698	0,683
150	1,075	616,5	563,5	3,723	2,516	0,00981	0,743	0,685
160	1,080	597,2	535,5	4,012	2,678	0,00980	0,790	0,690

Tabelle 3: Düsenströmung für die Daten $t_0=800$ °C; $t_{\text{Kühl},0}=760$ °C; $c_0=60$ m/s; $x_0=0,03$; $\dot{m}_{\text{Kühl}}=-\dot{m}_0=-1,0$ kg/s; $P_{\text{Kühl}}=5$ bar; $R_0=0,0153$ m; $R_A=0,0005$; $R_B=0$; $R_C=0$; $k_{\text{Wa}}=30$ kW/(m² K); $g_z=0$.

z/R_0	R/R_0	t_D $^{\circ}\text{C}$	$t_{\text{Kühl}}$ $^{\circ}\text{C}$	c_D/c_0	c_δ/c_0	δ/R_0	$\dot{m}_K/\dot{m}_0$	$\bar{\eta}_{DQ}$
0	1,000	800,0	760,0	1,000	0,000	0,00000	0,000	
1	1,004	797,4	758,2	1,017	0,270	0,00050	0,009	0,554
2	1,007	794,8	756,5	1,034	0,353	0,00074	0,017	0,585
5	1,018	787,5	751,6	1,081	0,479	0,00126	0,041	0,619
10	1,035	776,5	743,8	1,152	0,575	0,00186	0,075	0,632
20	1,070	757,8	729,8	1,272	0,660	0,00267	0,130	0,624
30	1,105	742,0	717,2	1,372	0,699	0,00323	0,173	0,607
40	1,140	728,1	705,4	1,460	0,720	0,00364	0,209	0,587
50	1,175	715,4	694,2	1,539	0,735	0,00397	0,240	0,566
60	1,210	703,7	683,2	1,612	0,748	0,00424	0,269	0,546
70	1,245	692,7	672,1	1,680	0,763	0,00445	0,296	0,527
80	1,280	681,9	660,4	1,747	0,784	0,00461	0,323	0,508
90	1,315	671,1	647,6	1,814	0,816	0,00473	0,352	0,491
100	1,350	659,9	632,8	1,884	0,864	0,00480	0,384	0,475
110	1,385	647,9	614,9	1,961	0,935	0,00482	0,422	0,460
120	1,420	634,3	592,0	2,048	1,035	0,00478	0,469	0,448
130	1,455	618,0	561,1	2,153	1,168	0,00470	0,528	0,438
140	1,490	596,9	517,5	2,289	1,335	0,00460	0,606	0,431

Tabelle 4: Düsenströmung für die Daten $t_0=800\text{ }^{\circ}\text{C}$; $t_{\text{Kühl},0}=760\text{ }^{\circ}\text{C}$; $c_0=140\text{ m/s}$; $x_0=0,07$; $\dot{m}_{\text{Kühl}}=-\dot{m}_0=-1,0\text{ kg/s}$;
 $P_{\text{Kühl}}=5\text{ bar}$; $R_0=0,0151\text{ m}$; $R_A=0,0035$; $R_B=0$; $R_C=0$;
 $k_{\text{Wa}}=30\text{ kW/(m}^2\text{ K)}$; $g_z=0$.

z/R_O	R/R_O	t_D $^{\circ}C$	$t_{Kühl}$ $^{\circ}C$	c_D/c_O	c_{δ}/c_O	δ/R_O	$\dot{m}_K/\dot{m}_O$	$\bar{\eta}_{DQ}$
0	1,000	800,0	770,0	1,000	0,000	0,00000	0,000	
1	1,001	797,6	768,7	1,027	0,422	0,00073	0,012	0,680
2	1,001	795,4	767,4	1,054	0,531	0,00110	0,023	0,708
5	1,003	789,4	763,9	1,122	0,683	0,00192	0,052	0,730
10	1,005	781,4	758,6	1,213	0,798	0,00286	0,091	0,731
20	1,010	769,1	749,2	1,352	0,911	0,00412	0,152	0,717
30	1,015	759,2	740,8	1,463	0,981	0,00500	0,200	0,699
40	1,020	750,5	732,8	1,559	1,035	0,00568	0,241	0,683
50	1,025	742,4	724,9	1,648	1,084	0,00623	0,278	0,668
60	1,030	734,8	717,0	1,732	1,131	0,00670	0,312	0,654
70	1,035	727,3	708,9	1,815	1,180	0,00709	0,344	0,641
80	1,040	719,8	700,3	1,898	1,231	0,00743	0,377	0,630
90	1,045	712,0	691,1	1,983	1,287	0,00773	0,409	0,620
100	1,050	703,9	681,0	2,072	1,350	0,00799	0,442	0,611
110	1,055	695,3	669,9	2,167	1,419	0,00821	0,477	0,604
120	1,060	686,0	657,3	2,270	1,498	0,00840	0,513	0,597
130	1,065	675,7	642,9	2,384	1,587	0,00857	0,552	0,593
140	1,070	664,2	626,3	2,512	1,686	0,00870	0,593	0,589
150	1,075	651,1	606,8	2,658	1,798	0,00880	0,638	0,588
160	1,080	635,9	583,8	2,827	1,922	0,00887	0,685	0,588
170	1,085	617,9	556,2	3,028	2,058	0,00891	0,736	0,589
180	1,090	596,4	523,2	3,271	2,204	0,00890	0,790	0,593

Tabelle 5: Düsenströmung für die Daten $t_O=800^{\circ}C$; $t_{Kühl,O}=770^{\circ}C$; $c_O=80$ m/s; $x_O=0,04$; $\dot{m}_{Kühl}=-\dot{m}_O=-1,0$ kg/s;
 $p_{Kühl}=5$ bar; $R_O=0,0152$ m; $R_A=0,0005$; $R_B=0$; $R_C=0$;
 $k_{Wa}=30$ kW/(m² K); $g_Z=0$.

z/R_O	R/R_O	t_D $^{\circ}\text{C}$	$t_{\text{Kühl}}$ $^{\circ}\text{C}$	c_D/c_O	c_{δ}/c_O	δ/R_O	$\dot{m}_K/\dot{m}_O$	$\bar{\eta}_{DQ}$
0	1,000	800,0	760,0	1,000	0,000	0,00000	0,000	
1	1,001	796,7	758,2	1,038	0,514	0,00077	0,015	0,722
2	1,002	793,6	756,6	1,073	0,635	0,00119	0,030	0,746
5	1,005	785,8	751,8	1,163	0,801	0,00207	0,066	0,764
10	1,010	775,4	744,6	1,281	0,930	0,00306	0,116	0,763
20	1,020	759,1	731,7	1,463	1,068	0,00433	0,191	0,746
30	1,030	745,7	719,7	1,612	1,160	0,00519	0,251	0,727
40	1,040	733,7	707,9	1,745	1,237	0,00582	0,302	0,709
50	1,050	722,4	695,9	1,870	1,309	0,00632	0,349	0,693
60	1,060	711,2	683,2	1,994	1,384	0,00673	0,394	0,678
70	1,070	699,8	669,5	2,119	1,463	0,00707	0,439	0,665
80	1,080	688,0	654,3	2,250	1,552	0,00734	0,484	0,654
90	1,090	675,2	637,0	2,392	1,651	0,00757	0,531	0,645
100	1,100	661,1	617,0	2,548	1,764	0,00776	0,581	0,639
110	1,110	645,2	593,4	2,725	1,891	0,00790	0,634	0,634
120	1,120	626,7	565,1	2,932	2,034	0,00799	0,691	0,633
130	1,130	604,6	530,8	3,179	2,191	0,00804	0,752	0,634

Tabelle 6: Düsenströmung für die Daten $t_O=800\text{ }^{\circ}\text{C}$; $t_{\text{Kühl},O}=760\text{ }^{\circ}\text{C}$; $c_O=80\text{ m/s}$; $x_O=0,04$; $\dot{m}_{\text{Kühl}}=-\dot{m}_O=-1,0\text{ kg/s}$; $P_{\text{Kühl}}=5\text{ bar}$; $R_O=0,0152\text{ m}$; $R_A=0,001$; $R_B=0$; $R_C=0$; $k_{Wa}=30\text{ kW/(m}^2\text{ K)}$; $g_z=0$.

z/R_O	R/R_O	t_D °C	$t_{\text{Kühl}}$ °C	c_D/c_O	c_δ/c_O	δ/R_O	$\dot{m}_K/\dot{m}_O$	$\bar{n}_{DQ}$
0	1,000	800,0	760,0	1,000	0,000	0,00000	0,000	
1	1,001	797,5	758,7	1,029	0,409	0,00072	0,011	0,702
2	1,002	795,2	757,5	1,056	0,517	0,00109	0,022	0,727
5	1,005	788,9	754,1	1,128	0,671	0,00188	0,050	0,747
10	1,010	780,3	748,8	1,226	0,788	0,00280	0,088	0,748
20	1,020	766,8	739,4	1,377	0,904	0,00400	0,148	0,733
30	1,030	755,9	731,0	1,499	0,971	0,00483	0,194	0,715
40	1,040	746,5	723,1	1,603	1,019	0,00546	0,233	0,698
50	1,050	737,9	715,5	1,697	1,058	0,00596	0,266	0,681
60	1,060	730,0	708,1	1,784	1,092	0,00637	0,297	0,665
70	1,070	722,5	700,7	1,867	1,125	0,00672	0,325	0,650
80	1,080	715,2	693,3	1,946	1,157	0,00702	0,352	0,635
90	1,090	708,1	685,7	2,024	1,190	0,00727	0,378	0,622
100	1,100	701,0	677,8	2,101	1,226	0,00749	0,403	0,609
110	1,110	693,8	669,4	2,180	1,265	0,00768	0,429	0,598
120	1,120	686,4	660,6	2,260	1,308	0,00784	0,455	0,586
130	1,130	678,8	651,0	2,344	1,356	0,00798	0,481	0,576
140	1,140	670,8	640,5	2,432	1,410	0,00809	0,509	0,567
150	1,150	662,3	628,9	2,526	1,471	0,00818	0,539	0,558
160	1,160	653,1	615,9	2,628	1,541	0,00824	0,570	0,551
170	1,170	643,1	601,2	2,740	1,619	0,00828	0,603	0,544
180	1,180	632,0	584,5	2,864	1,706	0,00830	0,639	0,539
190	1,190	619,5	565,2	3,004	1,802	0,00829	0,677	0,534
200	1,200	605,3	542,9	3,164	1,907	0,00826	0,718	0,531

Tabelle 7: Düsenströmung für die Daten $t_O=800$ °C; $t_{\text{Kühl},O}=760$ °C; $c_O=80$ m/s; $x_O=0,04$; $\dot{m}_{\text{Kühl}}=-\dot{m}_O=-1,0$ kg/s;
 $p_{\text{Kühl}}=5$ bar; $R_O=0,0152$ m; $R_A=0,001$; $R_B=0$; $R_C=0$;
 $k_{\text{Wa}}=20$ kW/(m² K); $g_z=0$.

z/R_O	R/R_O	t_D $^{\circ}\text{C}$	$t_{\text{Kühl}}$ $^{\circ}\text{C}$	c_D/c_O	c_{δ}/c_O	δ/R_O	$\dot{m}_K/\dot{m}_O$	$\bar{\eta}_{DQ}$
0	1,000	800,0	760,0	1,000	0,000	0,00000	0,000	
1	1,002	795,8	757,8	1,048	0,590	0,00082	0,019	0,750
2	1,003	792,1	755,7	1,091	0,715	0,00126	0,036	0,771
5	1,008	782,7	750,0	1,199	0,884	0,00220	0,079	0,785
10	1,015	770,4	741,4	1,337	1,017	0,00321	0,135	0,781
20	1,030	751,6	726,2	1,547	1,161	0,00446	0,218	0,761
30	1,045	736,2	712,1	1,718	1,258	0,00526	0,282	0,739
40	1,060	722,3	698,1	1,871	1,342	0,00584	0,337	0,720
50	1,075	708,9	683,5	2,019	1,427	0,00629	0,388	0,702
60	1,090	695,5	667,5	2,167	1,520	0,00665	0,438	0,687
70	1,105	681,3	649,4	2,324	1,627	0,00693	0,490	0,676
80	1,120	665,7	628,0	2,497	1,754	0,00715	0,546	0,668
90	1,135	647,9	601,8	2,695	1,906	0,00732	0,607	0,664
100	1,150	626,4	568,7	2,934	2,085	0,00743	0,675	0,667
110	1,165	599,6	526,0	3,236	2,294	0,00748	0,750	0,677

Tabelle 8: Düsenströmung für die Daten $t_O=800^{\circ}\text{C}$; $t_{\text{Kühl},O}=760^{\circ}\text{C}$; $c_O=80\text{ m/s}$; $x_O=0,04$; $\dot{m}_{\text{Kühl}}=-\dot{m}_O=-1,0\text{ kg/s}$; $P_{\text{Kühl}}=5\text{ bar}$; $R_O=0,0152\text{ m}$; $R_A=0,0015$; $R_B=0$; $R_C=0$; $k_{\text{Wa}}=40\text{ kW/(m}^2\text{ K)}$; $g_Z=0$.

z/R_O	R/R_O	t_D $^{\circ}\text{C}$	$t_{\text{Kühl}}$ $^{\circ}\text{C}$	c_D/c_O	c_{δ}/c_O	δ/R_O	$\dot{m}_K/\dot{m}_O$	$\bar{\eta}_{DQ}$
0	1,000	800,0	760,0	1,000	0,000	0,00000	0,000	
1	1,001	796,6	758,3	1,039	0,665	0,00059	0,015	0,771
2	1,002	793,6	756,6	1,074	0,792	0,00092	0,029	0,797
5	1,005	785,8	751,9	1,163	0,957	0,00166	0,066	0,819
10	1,010	775,5	745,0	1,280	1,088	0,00249	0,114	0,824
20	1,020	759,6	732,6	1,458	1,238	0,00355	0,187	0,816
30	1,030	746,7	721,3	1,601	1,340	0,00426	0,244	0,805
40	1,040	735,3	710,4	1,728	1,425	0,00478	0,293	0,794
50	1,050	724,6	699,5	1,846	1,503	0,00520	0,337	0,783
60	1,060	714,2	688,2	1,960	1,580	0,00554	0,378	0,774
70	1,070	703,9	676,3	2,074	1,659	0,00583	0,418	0,766
80	1,080	693,4	663,3	2,191	1,744	0,00608	0,458	0,759
90	1,090	682,3	649,0	2,314	1,837	0,00630	0,499	0,754
100	1,100	670,4	632,9	2,445	1,941	0,00649	0,542	0,751
110	1,110	657,3	614,3	2,591	2,056	0,00666	0,588	0,750
120	1,120	642,6	592,7	2,754	2,187	0,00681	0,636	0,752
130	1,130	625,7	567,0	2,943	2,333	0,00693	0,688	0,758
140	1,140	605,8	536,4	3,166	2,497	0,00703	0,743	0,768

Tabelle 9: Düsenströmung für die Daten $t_O=800^{\circ}\text{C}$; $t_{\text{Kühl},O}=760^{\circ}\text{C}$; $c_O=80\text{ m/s}$; $x_O=0,04$; $\dot{m}_{\text{Kühl}}=-\dot{m}_O=-5,0\text{ kg/s}$;
 $P_{\text{Kühl}}=5\text{ bar}$; $R_O=0,0341\text{ m}$; $R_A=0,001$; $R_B=0$; $R_C=0$;
 $k_{\text{Wa}}=30\text{ kW}/(\text{m}^2\text{ K})$; $g_z=0$.

z/R_0	R/R_0	t_D $^{\circ}\text{C}$	$t_{\text{kühl}}$ $^{\circ}\text{C}$	c_D/c_0	c_δ/c_0	δ/R_0	$\dot{m}_K/\dot{m}_0$	$\bar{\eta}_{DQ}$
0	1,000	800,0	760,0	1,000	0,000	0,00000	0,000	
1	1,001	796,7	758,2	1,038	0,514	0,00077	0,015	0,723
2	1,002	793,6	756,6	1,074	0,635	0,00119	0,030	0,747
5	1,005	785,8	751,8	1,163	0,801	0,00207	0,066	0,765
10	1,010	775,3	744,6	1,282	0,930	0,00306	0,116	0,764
20	1,020	759,1	731,7	1,464	1,068	0,00433	0,191	0,747
30	1,030	745,7	719,8	1,613	1,160	0,00518	0,251	0,728
40	1,040	733,7	708,0	1,745	1,237	0,00582	0,302	0,710
50	1,050	722,4	696,0	1,871	1,309	0,00632	0,349	0,694
60	1,060	711,2	683,3	1,994	1,383	0,00672	0,394	0,679
70	1,070	699,9	669,7	2,119	1,463	0,00706	0,438	0,666
80	1,080	688,1	654,5	2,250	1,551	0,00733	0,484	0,655
90	1,090	675,3	637,3	2,391	1,650	0,00756	0,531	0,646
100	1,100	661,3	617,3	2,547	1,762	0,00774	0,580	0,639
110	1,110	645,4	593,8	2,724	1,889	0,00788	0,633	0,635
120	1,120	626,9	565,6	2,930	2,032	0,00798	0,690	0,634
130	1,130	604,9	531,4	3,177	2,189	0,00803	0,751	0,635

Tabelle 10: Düsenströmung für die Daten $t_0=800\text{ }^{\circ}\text{C}$; $t_{\text{kühl},0}=760\text{ }^{\circ}\text{C}$; $c_0=80\text{ m/s}$; $x_0=0,04$; $\dot{m}_{\text{kühl}}=-\dot{m}_0=-1,0\text{ kg/s}$; $P_{\text{kühl}}=5\text{ bar}$; $R_0=0,0152\text{ m}$; $R_A=0,001$; $R_B=0$; $R_C=0$; $k_{\text{Wa}}=30\text{ kW/(m}^2\text{ K)}$; $g_z=9,81\text{ m/s}^2$.

Nr.	Tab.	$t_{\text{kühl},0}$ °C	c_0 m/s	x_0	$\dot{m}_0$ kg/s	k_{wa} $\frac{kw}{m^2 \text{ K}}$	g_z m^2/s	R_A	$t_{D,L}$ °C	z_L/R_0	$\bar{\eta}_{DQ,L}$
1	3	760	60	0,03	1,0	30	0	0,0005	646,3	130,7	0,684
2		760	60	0,03	1,0	30	0	0,0010	611,0	194,5	0,610
3		760	100	0,05	1,0	30	0	0,0020	660,1	98,7	0,568
4		760	100	0,05	1,0	30	0	0,0025	613,1	164,3	0,482
5		760	140	0,07	1,0	30	0	0,0030	680,6	75,1	0,509
6	4	760	140	0,07	1,0	30	0	0,0035	637,7	117,5	0,451
7		760	100	0,04	1,0	30	0	0,0025	638,0	129,3	0,520
8		760	90	0,04	1,0	30	0	0,0020	643,4	121,2	0,567
9	5	770	80	0,04	1,0	30	0	0,0005	682,8	123,2	0,596
10		770	80	0,04	1,0	30	0	0,0010	618,6	313,3	0,432
11	6	760	80	0,04	1,0	30	0	0,0010	670,9	93,1	0,643
12		760	80	0,04	1,0	30	0	0,0015	639,8	128,7	0,593
13	7	760	80	0,04	1,0	20	0	0,0010	647,1	166,0	0,547
14		760	80	0,04	1,0	40	0	0,0010	683,0	65,5	0,696
15	8	760	80	0,04	1,0	40	0	0,0015	660,9	82,7	0,667
16		760	80	0,04	1,0	40	0	0,0020	632,8	111,4	0,619
17		760	80	0,04	0,5	30	0	0,0010	673,2	89,7	0,594
18	9	760	80	0,04	5,0	30	0	0,0010	664,4	104,6	0,750
19	10	760	80	0,04	1,0	30	9,81	0,0010	670,7	93,3	0,644

Tabelle 11: Verschiedene Beispiele für die Expansion der Zweiphasenströmung bis zur Temperaturdifferenz $\Delta t_L = \Delta t_0$. Es sind: $t_0 = 800$ °C; $R_B = 0$; $R_C = 0$; $P_{\text{kühl}} = 5$ bar; $\dot{m}_{\text{kühl}} = -\dot{m}_0$.

höherer Temperatur $t_{D,L}$ und kürzerer Düsenlänge z_L nur ein kleinerer Düsenwirkungsgrad $\bar{\eta}_{DQ,L}$ erreicht wird als in Beispiel 12, in dem mit $c_O = 80$ m/s eine kleinere Anfangsgeschwindigkeit der Zweiphasenströmung angenommen wurde. Dagegen ist aus den wenigen Einzelbeispielen kein wesentlicher Einfluß des Anfangsdampfgehaltes x_O auf den Düsenwirkungsgrad erkennbar (vgl. Beispiele 3, 4 und 7). Aus den Beispielen 17, 11 und 18 ist ersichtlich, daß durch eine Erhöhung des Massenstromes $\dot{m}_O$ trotz länger werdender Düsen eine Steigerung des Düsenwirkungsgrades $\bar{\eta}_{DQ,L}$ erzielt werden kann, obwohl hier damit sogar eine Expansion zu abnehmenden Temperaturen $t_{D,L}$ verbunden ist. Der Einfluß der zur Wärmeübertragung erforderlichen Temperaturdifferenz Δt_O wird aus einem Vergleich der Beispiele 9, 10 und 11 erkennbar. Aus der kleineren Temperaturdifferenz $\Delta t_O = 30$ K (Beispiel 9) resultieren eine längere Düse und ein niedrigerer Düsenwirkungsgrad als in Beispiel 11 für $\Delta t_O = 40$ K, obwohl die Expansion im zweiten Fall sogar bis zu einer etwas kleineren Temperatur $t_{D,L}$ führt. Kleine Temperaturdifferenzen können bei ungünstigem Temperaturverlauf zu extrem langen Düsen führen (vgl. Beispiel 10). Ebenso bewirkt auch eine Abnahme des Wärmedurchgangskoeffizienten k_{Wa} eine Vergrößerung der Düsenlänge, da $1/k_{Wa}$ den wesentlichen Teil des Wärmedurchgangswiderstandes von der Kern- zur Ringspaltströmung ausmacht (vgl. Beispiele 11 bis 16). Insbesondere zeigt ein Vergleich der Beispiele 13, 12 und 16, daß eine Vergrößerung von k_{Wa} trotz der Expansion zu kleineren Temperaturen $t_{D,L}$

zu erheblich kürzeren Düsen und damit verbunden zu größeren Düsenwirkungsgraden $\bar{\eta}_{DQ,L}$ führt. Zum Schluß dieser Bemerkungen über die Auswirkung verschiedener Einflußgrößen auf die Düsenströmung sei noch festgehalten, daß eine Berücksichtigung der Fallbeschleunigung g_z keine nennenswerte Änderung der Rechenergebnisse bewirkt (vgl. Beispiele 11 und 19 in Tabelle 11).

3.7.3 Vergleich der berechneten Düsenwirkungsgrade mit jenen eines Schlupf-Strömungsmodells

Bislang ist eine Beurteilung der nach dem in den Abschnitten 3.1 bis 3.6 angegebenen Rechenverfahren ermittelten Ergebnisse nicht möglich. Experimentelle Untersuchungen einer expandierenden Kalium-Zweiphasenströmung bei gleichzeitiger Wärmeübertragung über die Düsenwand sind nicht bekannt. Allerdings gibt es eine theoretische Untersuchung einer solchen Strömung mit einem Schlupf-Strömungsmodell von Freund [4], die einen Vergleich mit den in dieser Arbeit berechneten Düsenwirkungsgraden zuläßt. Dabei nimmt Freund eine zusammenhängende Gasphase sowie drei Größenklassen von Flüssigkeitstropfen mit jeweils einem gemeinsamen mittleren Kugeldurchmesser aber keinen Kondensatfilm an der Düsenwand an. Alle Tropfen einer Klasse haben die gleiche Geschwindigkeit, die sich von der der anderen Klassen sowie der Gasphase unterscheidet.

Um eine Korrektur der berechneten Düsenwirkungsgrade zu

ermöglichen, wird das dieser Arbeit zugrunde liegende Strömungsmodell durch die Annahme von Dissipation in der Kernströmung modifiziert, so daß ihre Zustandsänderung nicht mehr wie bisher angenommen isentrop verläuft. Durch geeignete Wahl des die Dissipation in der Kernströmung kennzeichnenden Parameters können dann die berechneten Düsenwirkungsgrade experimentell ermittelten Werten angepaßt werden.

3.7.3.1 Berücksichtigung eines isentropen Strömungswirkungsgrades η_{sND} für die Kernströmung

Zur numerischen Erfassung der Dissipation in der Kernströmung wird ein isentroper Strömungswirkungsgrad

$$\eta_{sND} = dh_{ND} / (dh_{ND})_s \quad (3.115)$$

definiert, indem die Enthalpieänderung der Kernströmung zur Enthalpiedifferenz bei isentroper Zustandsänderung ins Verhältnis gesetzt wird. Die Dissipation in der Kernströmung wirkt sich nicht nur auf die Zustandsänderung sondern auch auf den in Abschnitt 3.3.2 angegebenen Impulssatz aus. Zu ihrer Berücksichtigung wird in Gl. (3.59) mit $\dot{d}i_{V,ND}$ ein Impulsverluststrom hinzugefügt, so daß sich für die Differenz der Impulsströme

$$\dot{d}i = \rho_{ND} F_{z,ND} c_D dc_D - \dot{d}m_K (c_D - c_\delta) + \dot{d}i_{V,ND} \quad (3.116)$$

ergibt. Zwischen dem Impulsverluststrom $\dot{d}i_{V,ND}$ und der

Dissipationsenergie $d\psi_{ND}$ besteht der Zusammenhang

$$d\dot{i}_{V,ND} = \pi (R - \delta)^2 \rho_{ND} d\psi_{ND} . \quad (3.117)$$

Unter Beachtung der Beziehungen

$$d\psi_{ND} = dh_{ND} - (dh_{ND})_s \quad (3.118)$$

$$\text{und} \quad (dh_{ND})_s = dp/\rho_{ND} \quad (3.119)$$

kann mit

$$d\dot{i}_{V,ND} = \pi (\eta_{sND} - 1) (R - \delta)^2 dp \quad (3.120)$$

ein Zusammenhang zwischen dem Impulsverluststrom $d\dot{i}_{V,ND}$ und dem isentropen Strömungswirkungsgrad η_{sND} hergestellt werden. Aus Gl.(3.60) erhält man dann unter Beachtung der Gln. (3.116), (3.120), (3.61), (3.62), (3.54) und (3.53) den Impulssatz für die Kernströmung

$$\frac{dp}{dz} = \frac{1}{\eta_{sND}} \left(\rho_{ND} g_z - \frac{2 \tau_{\delta,R}}{R - \delta} - \rho_{ND} c_D \frac{dc_D}{dz} \right) . \quad (3.121)$$

Gl.(3.121) gilt an Stelle von Gl.(3.63), wenn zusätzlich Dissipation in der Kernströmung berücksichtigt werden soll. Für $\eta_{sND} = 1$ sind beide Gleichungen identisch.

Zum Vergleich der Düsenwirkungsgrade, die in dieser Arbeit sowie der Untersuchung von Freund [4] nach den verschiedenen Strömungsmodellen berechnet werden, wird von einem Zustand B ($t_B = 800^\circ\text{C}$; $x_B = 0,01$; $c_B = 15,06 \text{ m/s}$) im

η_{SND}	$\Delta t_0/K$	R_A	R_B	z_L/R_0	$\bar{\eta}_{D,L}$
1,00	130,07	0,007	$1,12896 \cdot 10^{-3}$	19,78	0,479
1,00	106,32	0,005	$2,75612 \cdot 10^{-4}$	31,91	0,395
1,00	80,00	0,000	$9,49990 \cdot 10^{-5}$	52,63	0,310
1,00	60,00	-0,004	$7,31551 \cdot 10^{-5}$	74,04	0,248
1,00	50,00	-0,005	$5,84210 \cdot 10^{-5}$	88,66	0,219
1,00	40,00	-0,005	$3,89392 \cdot 10^{-5}$	109,36	0,191
0,85	130,07	0,007	$1,53788 \cdot 10^{-3}$	18,44	0,413
0,85	106,32	0,005	$4,15547 \cdot 10^{-4}$	29,37	0,341
0,85	80,00	0,000	$1,39185 \cdot 10^{-4}$	48,01	0,268
0,85	60,00	-0,004	$9,25071 \cdot 10^{-5}$	68,07	0,215
0,85	50,00	-0,005	$7,05555 \cdot 10^{-5}$	81,92	0,189
0,85	40,00	-0,005	$4,57539 \cdot 10^{-5}$	101,31	0,166

Tabelle 12: Zusammenstellung der Düsenkontur-Koeffizienten für die in Bild 12 dargestellten Beispiele. $R_C=0$.

Naßdampfgebiet von Kalium ausgegangen. Durch eine anschließende adiabate Expansion, für die in dieser Arbeit der isentrope Strömungswirkungsgrad $\eta_{BO} = 0,85$ zugrunde gelegt wurde, wird der Eintrittszustand 0 der gekühlten Düse erreicht. In Tabelle 12 sind die Koeffizienten der Düsenkontur, die für verschiedene Temperaturdifferenzen Δt_0 im Eintrittsquerschnitt der gekühlten Düse sowie die isentropen Strömungswirkungsgrade der Kernströmung $\eta_{\text{SND}} = 1$ bzw. $\eta_{\text{SND}} = 0,85$ gewählt wurden, zusammengestellt. Bild 12 zeigt die nach Gl. (3.102) berechneten Düsenwirkungsgrade $\bar{\eta}_{D,L}$ als Funktion der dimensionslosen Düsenlänge z_L/R_0 . Dabei bedeutet die gestri-

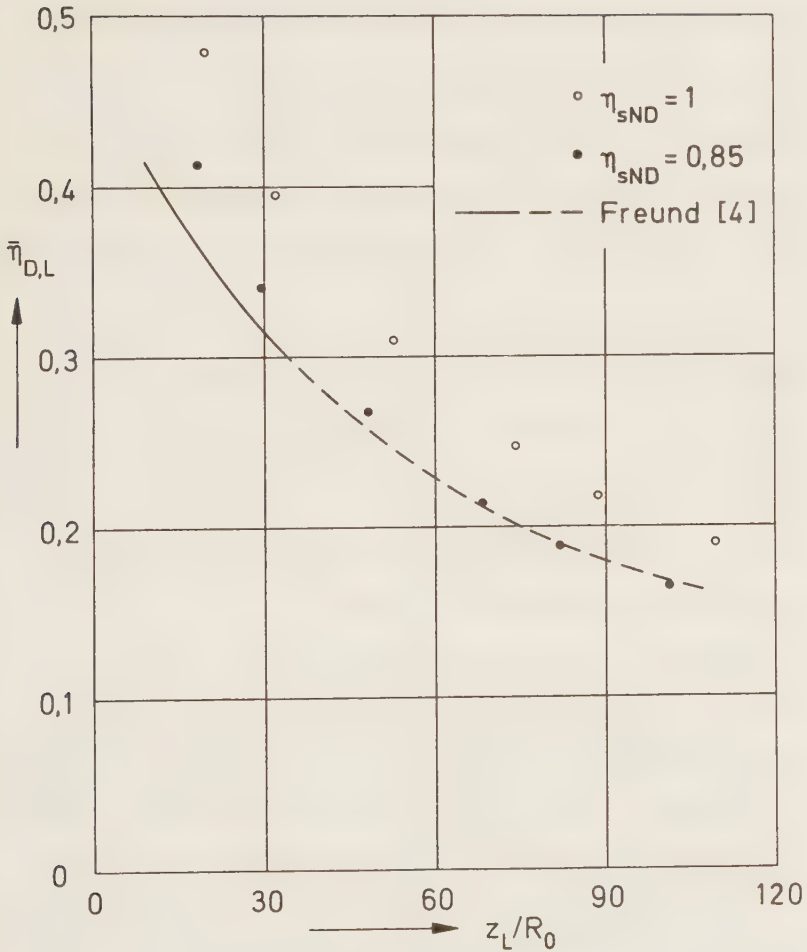


Bild 12: Vergleich der berechneten Düsenwirkungsgrade mit den Ergebnissen von Freund [4]. Es sind: $t_0 = 774,19^\circ\text{C}$; $c_0 = 38,95\text{ m/s}$; $x_0 = 0,01996$; $t_{D,L} = 600^\circ\text{C}$; $\Delta t_L = 50\text{ K}$; $\dot{m}_{\text{Kühl}} = -\dot{m}_0 = -0,1\text{ kg/s}$; $p_{\text{Kühl}} = 5\text{ bar}$; $R_0 = 0,00546\text{ m}$; $k_{wa} = 23,4\text{ kW/(m}^2\text{ K)}$; $g_z = 0$.

chelt eingezeichnete Kurve eine Extrapolation der Ergebnisse von Freund. Es ist zu erkennen, daß die nach dem in dieser Arbeit verwendeten Kondensationsmodell für $\eta_{\text{sND}} = 1$ berechneten Düsenwirkungsgrade für den ganzen eingezeichneten Bereich über den von Freund ermittelten Werten liegen. Außerdem zeigt Bild 12, daß der Abfall des Düsenwirkungsgrades mit der Düsenlänge nach dem dieser Arbeit zugrunde liegenden Strömungsmodell wegen der Kondensation an der Wand steiler als nach dem Schlupf-Strömungsmodell von Freund ist. Für dimensionslose Düsenlängen $z_L/R_0 > 60$, die mit in Abschnitt 2 als sinnvoll angenommenen Temperaturdifferenzen zur Wärmeübertragung verbunden sind, ergeben sich für $\eta_{\text{sND}} = 0,85$ annähernd gleich große Düsenwirkungsgrade wie nach dem Rechenmodell von Freund.

Beim Vergleich der Düsenwirkungsgrade ist zu beachten, daß den beiden Berechnungsverfahren abweichende Annahmen für die Düsenkontur, den Wärmedurchgang von der Zweiphasen- zur Ringspaltströmung sowie die Stoffwerte zugrunde liegen. Außerdem ist in dem hier angestellten Vergleich noch die adiabate Expansion BO eingeschlossen, für die in dieser Arbeit mit $\eta_{BO} = 0,85$ ein isentroper Strömungswirkungsgrad angenommen wurde, der sich nach den Ergebnissen der Schlupf-Strömung von Freund offensichtlich nicht erreichen läßt. Mit einem kleineren Wert für η_{BO} bzw. bei einer Ausklammerung des adiabaten Teiles der Expansion würde die Abweichung der für $\eta_{\text{sND}} = 1$ berechneten Düsenwirkungsgrade von

den von Freund ermittelten Werten geringer werden. Endlich sei noch auf die Unsicherheit der Extrapolation einer Kurve über einen so großen Bereich hingewiesen. Hier kann aber nur eine begrenzte Abweichung der extrapolierten von der wirklichen Kurve vorliegen. Am prinzipiellen Verlauf der gestrichelten Linie besteht aus verschiedenen Gründen kein Zweifel.

4. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit ist zunächst in Abschnitt 2 eine systematische thermodynamische Analyse eines Flüssigmetall-MHD-Kreisprozesses durchgeführt worden. Insbesondere sind der thermische Wirkungsgrad und die spezifische Nutzarbeit in Abhängigkeit von den äußeren und inneren Parametern des Prozesses dargestellt worden. Dazu sind nach Aufstellung der die einzelnen Teilprozesse beschreibenden Gleichungen die verschiedenen Prozeßparameter entweder abgeschätzt oder in sinnvollen Grenzen variiert worden.

Anschließend ist in Abschnitt 3 der wichtigste Teilprozeß des gesamten Kreisprozesses, die Beschleunigung und Kondensation der Zweiphasenströmung eines flüssigen Metalls in einer gekühlten Düse, untersucht worden. Dazu ist als Strömungsmodell eine Tropfen-Strömung und eine sie umschließende Ringströmung des Kondensats an der Wand angenommen worden. Die Berechnung der Düsenströmung geschieht nach einem Differenzenverfahren. Dabei werden die Bilanzen für die Massenströme, die Energieströme und die Kräfte sowie die Gleichungen für den Wärmedurchgang für jeden Düsenabschnitt erfüllt. Zur Anpassung der nach diesem Strömungsmodell berechneten Düsenwirkungsgrade an experimentell ermittelte Werte kann ein isentroper Strömungswirkungsgrad, der zusätzlich Dissipation in der Tropfen-Strömung auf Grund von Geschwindigkeitsdifferenzen zwischen den Phasen berücksichtigt, numerisch variiert werden.

Die Stoffeigenschaften des für den Kreisprozeß angenommenen Arbeitsmediums Kalium sind in Anhang 1 zusammengestellt. Neben den erforderlichen thermodynamischen Zustandsgrößen sind auch einige Transportgrößen angegeben, die zur Berechnung der kondensierenden Zweiphasenströmung benötigt werden.

Abschließend sei noch einmal herausgestellt, daß mit dem hier untersuchten Kreisprozeß für die zugrunde gelegten äußeren Parameter ein Wirkungsgrad erreicht werden kann, der im Bereich zwischen 0,02 und 0,025 liegt. Dieser Wert läßt sich auch durch Optimierung der zur Wärmeübertragung erforderlichen Temperaturdifferenz nicht wesentlich verbessern. Der in dieser Arbeit berechnete Prozeßwirkungsgrad stimmt in der Größenordnung mit dem von Freund [4] ermittelten Wert $\eta \approx 0,04$ überein, wenn man den zuletzt genannten Wirkungsgrad zur Berücksichtigung der noch nicht erfaßten Verluste im Wandler mit einem Wandlerwirkungsgrad von 0,6 multipliziert. Dies ist darauf zurückzuführen, daß in beiden Arbeiten mit verschiedenen Strömungsmodellen etwa gleich große Wirkungsgrade für die gekühlte Düse ermittelt wurden. Dagegen ist der von Rex [3] berechnete Wirkungsgrad auch bei zusätzlicher Berücksichtigung der Wandlerverluste wegen der zu gering angenommenen Strömungsverluste in der gekühlten Düse zu groß.

Anhang 1

Stoffeigenschaften von Kalium

Zur Berechnung des in Abschnitt 2 beschriebenen Kreisprozesses sowie der in Abschnitt 3 abgehandelten Kondensation einer Zweiphasenströmung in einer gekühlten Düse ist die Kenntnis einiger Stoffeigenschaften des Arbeitsmediums, in diesem Falle Kalium, erforderlich. Während es für die Kreisprozeßberechnung, die eine rein thermodynamische Untersuchung ist, genügt, die thermodynamischen Funktionen zu kennen, benötigt man zur Berechnung der Düsenströmung zusätzlich einige Transportgrößen. Bei der Sichtung der in der Literatur veröffentlichten gemessenen und korrelierten Werte zeigt sich, daß die Stoffeigenschaften von Kalium zum Teil nur relativ ungenau bekannt sind. Allerdings ist dieser Mangel weder für die Parameter-Untersuchung des Kreisprozesses noch für die Modell-Rechnung der Zweiphasenströmung sehr bedeutsam.

Im Rahmen dieser Arbeit werden zur Beschreibung der Stoffeigenschaften von Kalium wahlweise in der Literatur angegebene Funktionen oder aus Meßwerten selbst ermittelte Korrelationen verwendet. Dabei werden die Ausgleichsfunktionen nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate (vgl. Zurmühl [28]) bestimmt. Die bei dieser Methode auftretenden linearen Gleichungssysteme werden nach einem Rechenprogramm von Stein [29] gelöst.

A1.1 Thermodynamische Zustandsgrößen

A1.1.1 Das spezifische Volumen im Flüssigkeitsgebiet

Das spezifische Volumen einer Phase eines homogenen reinen Stoffes ist durch die thermische Zustandsgleichung als Funktion von Druck und Temperatur gegeben:

$$v = v(T, p) \quad . \quad (A1.1)$$

In guter Näherung kann für das spezifische Volumen im Flüssigkeitsgebiet bei kleinen Drücken die Druckabhängigkeit vernachlässigt werden. Mit der dimensionslosen Temperatur

$$\theta = \frac{T}{1000 \text{ K}} \quad (A1.2)$$

kann das spezifische Volumen von flüssigem Kalium daher als reine Temperaturfunktion in einfacher Weise durch den Polynomansatz

$$\frac{v_F}{\text{cm}^3/\text{g}} = \sum_{j=0}^3 c_j \theta^j \quad (A1.3)$$

dargestellt werden. Die in Gl.(A1.3) auftretenden Koeffizienten wurden durch Korrelation der Meßwerte von Gmelin [30] und Stone [31] zu

$$\begin{aligned} c_0 &= 1,10266646399 \cdot 10^0 \\ c_1 &= 2,91597771524 \cdot 10^{-1} \\ c_2 &= 2,05153657578 \cdot 10^{-2} \\ c_3 &= 7,52414573653 \cdot 10^{-2} \end{aligned}$$

bestimmt. Diese Funktion ist im Bereich von $t_{Tr} = 63,2 \text{ }^{\circ}\text{C}$ bis $t = 1250 \text{ }^{\circ}\text{C}$ gültig, wobei mit t_{Tr} die Temperatur am Tripelpunkt bezeichnet worden ist. Möglicherweise wäre es auch sinnvoll gewesen, zur besseren Wiedergabe der Meßwerte einen höheren Polynomgrad zu wählen. Die Beschränkung auf vier Glieder in Gl. (A1.3) erfolgte aus rationellen Gründen, um die Berechnung der Enthalpie des Kondensats bei Vorhandensein eines Temperaturprofils nicht zu kompliziert werden zu lassen (vgl. Abschnitt 3.2.2.1). Von allen Stoffeigenschaften von Kalium ist das spezifische Volumen im Flüssigkeitsgebiet wohl am besten bekannt. Die maximale absolute Abweichung der Meßwerte von der Korrelation nach Gl. (A1.3) beträgt 0,2 %.

A1.1.2 Die spezifische Wärmekapazität c_p im Flüssigkeitsgebiet

Für die spezifische Wärmekapazität c_p von Kalium im Flüssigkeitsgebiet wird ebenfalls ein Polynomansatz mit der Temperatur als einziger unabhängiger Variabler gemacht:

$$\frac{c_{pF}}{\text{kJ}/(\text{kg K})} = C_0 + C_1 \theta + C_2 \theta^2 . \quad (\text{A1.4})$$

Die Koeffizienten

$$C_0 = 0,95070449$$

$$C_1 = -0,48859501$$

$$C_2 = 0,31434393$$

wurden von Douglas [32] aus Enthalpie-Messungen im Bereich von $t = 65^{\circ}\text{C}$ bis $t = 797^{\circ}\text{C}$ bestimmt. Ewing [33] verweist auf einzelne Messungen bis $t = 1150^{\circ}\text{C}$, die den Schluß zulassen, daß Gl.(A1.4) über den von Douglas vermessenen Bereich hinaus Gültigkeit besitzt. HeimeI [34] extrapoliert Gl.(A1.4) sogar bis $T = 2100\text{ K}$. Gl.(A1.4) wird auch von Evans [35], der die Messungen verschiedener Autoren bis $T = 1000\text{ K}$ ausgewertet hat, sowie von Weatherford [36] im Bereich $t = 450^{\circ}\text{C}$ bis $t = 1200^{\circ}\text{C}$ gut bestätigt.

Es sei allerdings darauf hingewiesen, daß es auch Messungen von Lemmon [37] gibt, die oberhalb $t = 400^{\circ}\text{C}$ erheblich von Gl.(A1.4) abweichen. Diese Meßwerte wurden hier deshalb nicht berücksichtigt, weil Lemmon selbst ihren möglichen Fehler mit 5 % abschätzt.

A1.1.3 Die spezifische Enthalpie im Flüssigkeitsgebiet

Für die spezifische Enthalpie von Einstoffsystemen leitet Baehr [38] folgende Beziehung her:

$$h(T,p) - h(T_0,p_0) = \int_{T_0}^T c_p(T,p_0) dT + \int_{p_0}^p \left[v - T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \right] dp . \quad (\text{A1.5})$$

Wählt man praktischerweise den Bezugszustand ($T_0 = 0$; $p_0 = 0$), so erhält man aus Gl.(A1.5) mit $c_p = c_p(T)$ und $v = v(T)$:

$$h(T,p) - h_0 = \int_0^T c_p(T) dT + \left(v - T \frac{dv}{dT} \right) p . \quad (\text{A1.6})$$

Unter Berücksichtigung der Gln.(A1.2), (A1.3) und (A1.4) ergibt sich damit für die spezifische Enthalpie von Kalium im Flüssigkeitsgebiet

$$\frac{h_F - h_O}{\text{kJ/kg}} = \sum_{j=1}^3 C_j \theta^j + \left(\frac{p}{\text{bar}}\right) \sum_{j=4}^7 C_j \theta^{j-4} \quad (\text{A1.7})$$

mit den Koeffizienten

$$\begin{aligned} C_1 &= 9,50704490000 \cdot 10^2 \\ C_2 &= -2,44297505000 \cdot 10^2 \\ C_3 &= 1,04781310000 \cdot 10^2 \\ C_4 &= 1,10266646399 \cdot 10^{-1} \\ C_5 &= 0 \\ C_6 &= -2,05153657578 \cdot 10^{-3} \\ C_7 &= -1,50482914731 \cdot 10^{-2} . \end{aligned}$$

Die Wahl der Enthalpie-Konstante h_O in Gl.(A1.7) ist im Prinzip beliebig, sofern nur Enthalpiedifferenzen berechnet werden. Bei der Berechnung der Düsenströmung in Abschnitt 3 wird h_O so bestimmt, daß sich die Enthalpie der siedenden Flüssigkeit im Eintrittszustand zu null ergibt.

A1.1.4 Die spezifische Entropie im Flüssigkeitsgebiet

Für die spezifische Entropie eines Einstoffsystems gilt (vgl. Baehr [38]):

$$s(T, p) - s(T_O, p_O) = \int_{T_O}^T c_p(T, p_O) \frac{dT}{T} - \int_{p_O}^p \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p dp . \quad (\text{A1.8})$$

Nimmt man der Einfachheit halber wieder $p_0 = 0$ an, so erhält man aus Gl. (A1.8) mit $c_p = c_p(T)$ und $v = v(T)$:

$$s(T, p) - s(T_0, p_0) = \int_{T_0}^T c_p(T) \frac{dT}{T} - \frac{dv}{dT} p. \quad (A1.9)$$

Setzt man hier wieder die Gln. (A1.2), (A1.3) und (A1.4) ein, so ergibt sich für die spezifische Entropie von Kalium im Flüssigkeitsgebiet

$$\frac{s_F - s_0}{\text{kJ}/(\text{kg K})} = C_0 \ln(\theta) + C_1 \theta + C_2 \theta^2 - \left(\frac{p}{\text{bar}}\right) \sum_{j=3}^5 C_j \theta^{j-3} \quad (A1.10)$$

mit den Koeffizienten

$$\begin{aligned} C_0 &= 9,50704490000 \cdot 10^{-1} \\ C_1 &= -4,88595010000 \cdot 10^{-1} \\ C_2 &= 1,57171965000 \cdot 10^{-1} \\ C_3 &= 2,91597771524 \cdot 10^{-5} \\ C_4 &= 4,10307315156 \cdot 10^{-6} \\ C_5 &= 2,25724372096 \cdot 10^{-5}. \end{aligned}$$

Nebenbei sei vermerkt, daß die Entropie-Konstante s_0 nicht mit $s(T_0, p_0)$ identisch ist.

A1.1.5 Die Dampfdruckkurve

Ausgehend von der Gleichung von Clausius-Clapeyron zeigt Stein [29], daß man für die Dampfdruckkurve eines Einstoff-

systems einen Polynomansatz machen kann, der bei Berücksichtigung von sechs Gliedern wie folgt lautet:

$$\ln(p_s/\text{bar}) = \sum_{j=0}^5 C_j \theta^{j-1} . \quad (\text{A1.11})$$

Mit dem Ansatz nach Gl.(A1.11) kann man aus Meßwerten nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate ein Ausgleichspolynom ermitteln, wobei die Meßwerte für das Produkt $(\theta \cdot \ln(p_s/\text{bar}))$ approximiert werden. Durch Korrelation der Daten von Hicks [39], Landolt-Börnstein [40] und Stone [41] wurden die Koeffizienten in Gl.(A1.11) zu

$$\begin{aligned} C_0 &= -1,08036281 \cdot 10^1 \\ C_1 &= 1,30675680 \cdot 10^1 \\ C_2 &= -6,15447077 \cdot 10^0 \\ C_3 &= 6,11081796 \cdot 10^0 \\ C_4 &= -3,12893873 \cdot 10^0 \\ C_5 &= 6,23255123 \cdot 10^{-1} \end{aligned}$$

bestimmt. Entsprechend den zugrunde gelegten Meßwerten gilt diese Dampfdruckkurve im Bereich $t_{\text{Tr}} = 63,2^\circ\text{C}$ bis $t = 1300^\circ\text{C}$. Vor allem im Bereich niedriger Temperaturen und dementsprechend geringen Dampfdrücken zeigte sich, daß die absoluten prozentualen Abweichungen der Meßwerte von den Funktionswerten ziemlich groß sind. Sie erreichen maximal 5,2 %. Offensichtlich fehlt es an genauen Dampfdruckmessungen bei niedrigen Temperaturen insbesondere bis $t = 300^\circ\text{C}$; weiter kann man diesen Bereich auch bis zu $t = 700^\circ\text{C}$ ausdehnen.

A1.1.6 Das spezifische Volumen des gesättigten Dampfes

Geht man in erster Näherung von der thermischen Zustandsgleichung für ideale Gase aus, setzt hier den Dampfdruck nach Gl.(A1.11) ein, so zeigt sich, daß man für das spezifische Volumen des gesättigten Dampfes den gleichen Ansatz wie für die Dampfdruckkurve verwenden kann:

$$\ln\left(\frac{v_D}{\text{cm}^3/\text{g}}\right) = \sum_{j=0}^5 C_j \theta^{j-1} . \quad (\text{A1.12})$$

Die Koeffizienten in Gl.(A1.12)

$$\begin{aligned} C_0 &= 1,04183319 \cdot 10^1 \\ C_1 &= -5,14989447 \cdot 10^0 \\ C_2 &= 4,68898373 \cdot 10^0 \\ C_3 &= -2,89957861 \cdot 10^0 \\ C_4 &= 9,49330584 \cdot 10^{-1} \\ C_5 &= -1,24606826 \cdot 10^{-1} \end{aligned}$$

wurden dabei unter Verwendung von tabellierten Werten von Heime1 [34] bestimmt. Der Gültigkeitsbereich von Gl.(A1.12) reicht von $t_{Tr} = 63,2 \text{ } ^\circ\text{C}$ bis $t = 1400 \text{ } ^\circ\text{C}$. Bezüglich der Genauigkeit der mit Gl.(A1.12) berechneten spezifischen Dampfvolumina gelten die in Abschnitt A1.1.5 für den Dampfdruck gemachten Bemerkungen entsprechend: die möglichen prozentualen Fehler sind vor allem bei niedrigen Temperaturen ziemlich groß. Immerhin sind die nach Gl.(A1.12) berechneten Funktionswerte verglichen mit von Freund [42]

gesammelten Daten verschiedener Autoren mittlere Werte.

A1.1.7 Die Verdampfungsenthalpie ($h'' - h'$)

Nach der Gleichung von Clausius-Clapeyron (vgl. Baehr [38]) kann man die Verdampfungsenthalpie allein aus thermischen Zustandsgrößen berechnen:

$$(h'' - h') = T (v'' - v') \frac{dp_s}{dT} . \quad (\text{A1.13})$$

Dabei sind die Zustände auf der Siedelinie durch einen hochgestellten Strich, die auf der Taulinie durch zwei Striche gekennzeichnet worden. Durch Einsetzen des Gradienten des Dampfdruckes nach Gl. (A1.11) ergibt sich

$$\frac{(h'' - h')}{\text{kJ/kg}} = \frac{(v'' - v')}{\text{cm}^3/\text{g}} \frac{p_s}{\text{bar}} \sum_{j=0}^5 C_j \theta^{j-1} \quad (\text{A1.14})$$

mit den Koeffizienten

$$\begin{aligned} C_0 &= 1,080362810 \cdot 10^0 \\ C_1 &= 0 \\ C_2 &= -6,154470770 \cdot 10^{-1} \\ C_3 &= 1,222163592 \cdot 10^0 \\ C_4 &= -9,386816190 \cdot 10^{-1} \\ C_5 &= 2,493020492 \cdot 10^{-1} . \end{aligned}$$

Die Verdampfungsenthalpie von Kalium erhält man dann aus Gl. (A1.14) durch Einsetzen der nach den Gln. (A1.3), (A1.11) und (A1.12) berechneten Zustandsgrößen. Die so allein aus

thermischen Zustandsgrößen berechneten Verdampfungsenthalpien erweisen sich bei einem Vergleich mit den Meßwerten verschiedener Autoren (vgl. Freund [42]) als mittlere Werte. Damit stützen sie in gewisser Weise auch die meßtechnische Konsistenz der verwendeten thermischen Zustandsgrößen v' , v'' und p_s .

Mit den Gln. (A1.7), (A1.11) und (A1.14) ist dann auch die spezifische Enthalpie des gesättigten Dampfes berechenbar:

$$h'' = h_F(T, p_s) + (h'' - h') . \quad (A1.15)$$

A1.2 Transportgrößen

A1.2.1 Die Wärmeleitfähigkeit der flüssigen Phase

Für die Wärmeleitfähigkeit flüssigen Kaliums wird die Korrelation von Lemmon [37]

$$\frac{\lambda_F}{W/(m \text{ K})} = 43,8 - 0,0222 (t/^{\circ}C) + \frac{3950}{(t/^{\circ}C) + 273,2} \quad (A1.16)$$

verwendet, die aus Messungen im Bereich $t = 100^{\circ}C$ bis $t = 800^{\circ}C$ hergeleitet wurde, nach Angaben des Autors aber bis $t = 1150^{\circ}C$ extrapoliert werden kann. Die nach Gl. (A1.16) berechneten Wärmeleitfähigkeiten liegen bis $t = 500^{\circ}C$ zwischen den Meßwerten von Weatherford [36] und Novikov [43], stimmen dann ab $t = 500^{\circ}C$ sehr gut mit denen von Weatherford überein.

A1.2.2 Die dynamische Viskosität der flüssigen Phase

Die Berechnung der Zähigkeit flüssigen Kaliums geschieht nach der von Weatherford angegebenen Funktion (vgl. Freund [42]):

$$\lg\left(\frac{\nu_F}{10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}}\right) = \frac{270}{T/K} - 0,96 \quad (\text{A1.17})$$

Dabei ist mit ν die kinematische Viskosität bezeichnet worden. Gl.(A1.17) gilt im Bereich $t_{\text{Tr}} = 63,2^\circ\text{C}$ bis $t = 1150^\circ\text{C}$. Die dynamische Viskosität ergibt sich dann aus der Beziehung

$$\eta_F = \nu_F \rho_F \quad (\text{A1.18})$$

Aus Konsistenzgründen wird in Gl.(A1.18) für die Dichte flüssigen Kaliums die Korrelation von Weatherford

$$\frac{\rho_F}{\text{kg/m}^3} = \sum_{j=0}^3 C_j (t/^\circ\text{C})^j \quad (\text{A1.19})$$

mit den Koeffizienten

$$\begin{aligned} C_0 &= 8,41412 \cdot 10^2 \\ C_1 &= -2,17143 \cdot 10^{-1} \\ C_2 &= -2,70260 \cdot 10^{-5} \\ C_3 &= 4,63000 \cdot 10^{-9} \end{aligned}$$

eingesetzt. Die in Verbindung mit den Gln.(A1.17) und (A1.19) aus Gl.(A1.18) berechneten Werte für die dynamische

Viskosität flüssigen Kaliums stimmen bis $t = 1000^{\circ}\text{C}$ recht gut mit den Werten von Lemmon [37] überein, wobei die prozentualen Abweichungen nicht über 2,5 % hinausgehen.

A1.2.3 Die dynamische Viskosität des gesättigten Dampfes

Für die Berechnung der dynamischen Viskosität des gesättigten Kaliumdampfes wird die Beziehung

$$\frac{\eta_D}{\text{kg}/(\text{m s})} = 1,586 \cdot 10^{-5} \theta + 5,858 \cdot 10^{-7} \quad (\text{A1.20})$$

angewandt. Dies ist eine Näherungsgleichung für tabellierte Werte von Lee und Bonilla [44] im Bereich $t = 427^{\circ}\text{C}$ bis $t = 1227^{\circ}\text{C}$, die insbesondere für $t > 600^{\circ}\text{C}$ eine annähernd lineare Temperaturabhängigkeit zeigen. Der einfache lineare Zusammenhang in Gl. (A1.20) wurde aber auch deswegen gewählt, weil die Meßwerte der dynamischen Viskosität gesättigten Kaliumdampfes verschiedener Autoren stark voneinander abweichen. So gibt Weatherford [36] bei $t = 750^{\circ}\text{C}$ einen um 15,4 % größeren, Schins [45] dagegen einen um 14,4 % kleineren Wert im Vergleich zu dem nach Gl. (A1.20) berechneten an. Gl. (A1.20) hat damit wenigstens den Vorteil, mittlere Werte zwischen denen von Schins und Weatherford anzugeben.

Es sei darauf hingewiesen, daß die dynamische Viskosität η_D in dieser Arbeit dazu benötigt wird, um die Schubspannung an der Grenzfläche der homogenen Zweiphasenströmung (Kernströmung) und dem sie ringförmig umgebenden Kondensatfilm zu

ermitteln. Diese Schubspannung wird hier aber im wesentlichen von dem kondensierenden Massenstrom bestimmt (vgl. Abschnitt 3.3.1), so daß der Reibung an der Grenzfläche und damit der Zähigkeit η_D im Rahmen dieser Arbeit nur eine untergeordnete Bedeutung zukommt.

Anhang 2

Berechnung der Koeffizienten U_j in Gl.(3.43)

Zur Ermittlung der Koeffizienten U_j wird zunächst Gl. (A1.7) zur Berechnung der spezifischen Enthalpie der flüssigen Phase durch Umordnung der Glieder und Umbenennung der Koeffizienten für diesen Abschnitt vorteilhaft in die Form

$$h_K = K_0 + K_1 T_K + K_2 T_K^2 + K_3 T_K^3 \quad (A2.1)$$

gebracht, wobei die Koeffizienten K_j die folgenden Ausdrücke annehmen:

$$K_0 = h_0 + 0,110266646399 \frac{p}{\text{bar}} \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} , \quad (A2.2)$$

$$K_1 = 0,95070449 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} , \quad (A2.3)$$

$$K_2 = (-2,44297505 \cdot 10^{-4} - 2,05153657578 \cdot 10^{-9} \frac{p}{\text{bar}}) \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}^2} , \quad (A2.4)$$

$$K_3 = (1,0478131 \cdot 10^{-7} - 1,50482914731 \cdot 10^{-11} \frac{p}{\text{bar}}) \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}^3} . \quad (A2.5)$$

Die Enthalpie-Konstante h_0 wird, wie schon in Abschnitt A1.1.3 erwähnt, so bestimmt, daß sich die Enthalpie der siedenden Flüssigkeit im Zustand 0 ($T = T_0$; $p = p_s(T_0)$) im Eintrittsquerschnitt der gekühlten Düse zu null ergibt:

$$h_0 = -K_1 T_0 - K_2 T_0^2 - K_3 T_0^3 - 0,110266646399 \frac{p_s(T_0)}{\text{bar}} \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} . \quad (A2.6)$$

$$N_1 = B_1 B_6 + B_3 B_4$$

$$N_2 = 2B_3 B_5 + B_4^2$$

$$N_3 = B_3 B_6 + B_4 B_5$$

$$N_4 = 2B_4 B_6 + B_5^2$$

$$N_5 = 2B_1 B_5 + B_3^2$$

$$S_0 = K_0 + K_1 B_0 + K_2 B_0^2 + K_3 B_0^3$$

$$S_1 = K_1 B_1 + 2K_2 B_0 B_1 + 3K_3 B_0^2 B_1$$

$$S_2 = K_2 B_1^2 + 3K_3 B_0 B_1^2$$

$$S_3 = K_1 B_3 + 2K_2 B_0 B_3 + K_3 (3B_0^2 B_3 + B_1^3)$$

$$S_4 = K_1 B_4 + 2K_2 (B_0 B_4 + B_1 B_3) + 3K_3 (B_0^2 B_4 + 2B_0 B_1 B_3)$$

$$S_5 = K_1 B_5 + 2K_2 (B_0 B_5 + B_1 B_4) + 3K_3 (B_0^2 B_5 + 2B_0 B_1 B_4 + B_1^2 B_3)$$

$$S_6 = K_1 B_6 + K_2 (2B_0 B_6 + N_5) + 3K_3 (B_0^2 B_6 + B_0 N_5 + B_1^2 B_4)$$

$$S_7 = 2K_2 N_1 + 3K_3 (2B_0 N_1 + B_1^2 B_5 + B_1 B_3^2)$$

$$S_8 = K_2 N_2 + 3K_3 (B_0 N_2 + B_1^2 B_6 + 2B_1 B_3 B_4)$$

$$S_9 = 2K_2 N_3 + K_3 (6B_0 N_3 + 3B_1 N_2 + B_3^3)$$

$$S_{10} = K_2 N_4 + 3K_3 (B_0 N_4 + 2B_1 N_3 + B_3^2 B_4)$$

$$S_{11} = 2K_2 B_5 B_6 + 3K_3 (2B_0 B_5 B_6 + B_1 N_4 + B_3^2 B_5 + B_3 B_4^2)$$

$$S_{12} = K_2 B_6^2 + K_3 (3B_0 B_6^2 + 3B_3^2 B_6 + B_4^3 + 6B_5 N_1)$$

$$S_{13} = 3K_3 (B_1 B_6^2 + B_3 N_4 + B_4^2 B_5)$$

$$S_{14} = 3K_3 (B_4 B_5^2 + B_6 N_2)$$

$$S_{15} = K_3 (3B_3 B_6^2 + 6B_4 B_5 B_6 + B_5^3)$$

$$S_{16} = 3K_3 (B_4 B_6^2 + B_5^2 B_6)$$

$$S_{17} = 3K_3 B_5 B_6^2$$

$$S_{18} = K_3 B_6^3$$

Tabelle 13: Berechnung der Koeffizienten S_j im Gleichungssystem (A2.7)

Dann berechnen sich die Koeffizienten U_j in Gl.(3.43) aus den Koeffizienten A_j des Geschwindigkeitsprofils sowie aus den Koeffizienten S_j , die mit den zur weiteren Abkürzung eingeführten Koeffizienten N_j in Tabelle 13 zusammengestellt sind, wie folgt:

$$U_1 = S_0 A_1 ,$$

$$U_2 = S_1 A_1 + S_0 A_2 ,$$

$$U_j = S_{j-1} A_1 + S_{j-2} A_2 + S_{j-3} A_3 \quad (j=3,4,5,\dots,19) ,$$

$$U_{20} = S_{18} A_2 + S_{17} A_3 ,$$

$$U_{21} = S_{18} A_3 . \quad (A2.7)$$

Literaturverzeichnis

- [1] BAEHR, H.D.: Zur Thermodynamik der Flüssigmetall-MHD-Wandler.
BWK 28 (1976) 9, 351-356
- [2] RADEBOLD, R., u.a.: Energy Conversion with Liquid Metal Working Fluids in the MHD-Staustrahlrohr.
Sympos. on MHD Electr. Power Generation, Warschau 1968, Paper SM-107/5
- [3] REX, D.: Flüssigmetall-MHD-Kreisprozesse für Raumfahrt-Energieversorgungssysteme.
VDI-Forschungsheft 546 (1971)
- [4] FREUND, J.: Untersuchung der Beschleunigungsdüse im MHD-Kondensatorprozeß und Vergleich verschiedener Prozeßführungen.
Bericht SFB-MHD Nr. 8, TU Berlin (1972)
- [5] MICHEL, U.: Kondensation der Gasphase eines schnell strömenden einkomponentigen Flüssigmetall-Tröpfchen-Gas-Gemisches.
Dissertation, Techn. Univ. Berlin (1971)
- [6] ELLIOTT, D.G., CERINI, D.J., HAYS, L.G., WEINBERG, E.: Theoretical and Experimental Investigation of Liquid Metal MHD Power Generation.
Intern. Sympos. on MHD Electr. Power Generation, Salzburg 1966, Paper SM-74/177
- [7] ELLIOTT, D.G.: Performance Capabilities of Liquid-Metal MHD Induction Generators.
Sympos. on MHD Electr. Power Generation, Warschau 1968, Paper SM-107/41

- [8] SCHULZ, T.: Auslegung größerer MHD-Wandler.
AEG-Forschungsbericht A 11 50 567
(1964), Projekt MHD-Staustahlrohr,
Bericht 12
- [9] ULBER, M., SCHULZ, T.: Experimental Results with an
Inductive Liquid Metal MHD-Converter.
Sympos. on MHD Electr. Power Generation,
Warschau 1968, Paper SM-107/6
- [10] HICKEN, E., GARNJOST, H.: Zur Kondensation an der Wand
dampfdurchströmter Kanäle mit veränder-
lichem Querschnitt.
Wärme- und Stoffübertragung 4 (1971),
60-68
- [11] HARTMANN, H.: Zum Wärmeübergang bei der Kondensation
strömender Sattdämpfe in Rohren.
Dissertation, TH Karlsruhe (1960)
- [12] GERSTEN, K.: Einführung in die Strömungsmechanik.
Bertelsmann Universitätsverlag, Düssel-
dorf (1974), Studienbücher Naturwissen-
schaft und Technik, Band 20
- [13] NUSSELT, W.: Die Oberflächenkondensation des Wasser-
dampfes.
Z. VDI 60 (1916), 541-546, 569-575
- [14] ROHSENOW, W.M.: Heat Transfer and Temperature Distri-
bution in Laminar-Film Condensation.
Trans. ASME 78 (1956), 1645-1648
- [15] WALZ, A.: Strömungs- und Temperaturgrenzschichten.
Verlag G. Braun, Karlsruhe (1966)
- [16] MARTINELLI, R.C.: Heat Transfer to Molten Metals.
Trans. ASME 69 (1947), 947-959

- [17] LYKOUDIS, P.S., TOULOUKIAN, Y.S.: Heat Transfer in Liquid Metals.
Trans. ASME 80 (1958), 653-666
- [18] SEBAN, R.A.: Remarks on Film Condensation With Turbulent Flow.
Trans. ASME 76 (1954), 299-303
- [19] COLLIER, J.G.: Convective Boiling and Condensation.
Mc Graw-Hill Book Comp., London (1972)
- [20] SCHLICHTING, H., TRUCKENBRODT, E.: Aerodynamik des Flugzeuges.
Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg (1962)
- [21] DUKLER, A.E., WICKS, M., CLEVELAND, R.G.: Frictional Pressure Drop in Two-Phase Flow: B. An Approach Through Similarity Analysis.
A. I. Ch. E. J. 10 (1964) 1, 44-51
- [22] SPALDING, D.B.: Convective Mass Transfer.
Mc Graw-Hill Book Comp., New York (1963)
- [23] SCHRAGE, R.W.: A Theoretical Study of Interphase Mass Transfer.
Columbia University Press, New York (1953)
- [24] SUKHATME, S.P., ROHSENOW, W.M.: Heat Transfer During Film Condensation of a Liquid Metal Vapor.
J. Heat Transfer, Trans. ASME, 88C (1966), 19-28
- [25] KROGER, D.G., ROHSENOW, W.M.: Film Condensation of Saturated Potassium Vapor.
Int. J. Heat Mass Transfer 10 (1967), 1891-1894

- [26] McLAIN, S., MARTENS, J.H.: Reactor Handbook, Volume IV, Engineering.
Interscience Publishers, John Wiley and Sons, New York (1964), 49
- [27] TOULOUKIAN, Y.S.: Thermophysical Properties of High Temperature Solid Materials.
The MacMillan Co., New York (1967)
- [28] ZURMÜHL, R.: Praktische Mathematik für Ingenieure und Physiker.
Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg/
New York (1965), 5. Auflage
- [29] STEIN, W.A.: Methoden zum Aufstellen von Zustandsgleichungen für reine fluide Stoffe.
Dissertation, TH Braunschweig (1965)
- [30] GMELIN: Handbuch der anorganischen Chemie.
Verlag Chemie GmbH., Weinheim/Bergstr.
und Berlin (1936), 8. Auflage
- [31] STONE, J.P., EWING, C.T., SPANN, J.R., STEINKULLER, E.W., WILLIAMS, D.D., MILLER, R.R.:
High Temperature PVT Properties of Sodium, Potassium, and Cesium.
J. Chem. Eng. Data 11 (1966) 3, 309-314
- [32] DOUGLAS, T.B., BALL, A.F., GINNINGS, D.C., DAVIS, W.D.: Heat Capacity of Potassium and Three Potassium-Sodium Alloys between 0° and 800° , the Triple Point and Heat of Fusion of Potassium.
J. Am. Chem. Soc. 74 (1952), 2472-2478
- [33] EWING, C.T., STONE, J.P., SPANN, J.R., MILLER, R.R.:
High Temperature Properties of Potassium.
J. Chem. Eng. Data 11 (1966) 4, 460-468

- [34] HEIMEL, S.: Thermodynamic Properties of Potassium to 2100 °K.
NASA TN D-4165 (1967)
- [35] EVANS, W.H., JACOBSON, R., MUNSON, T.R., WAGMAN, D.D.: Thermodynamic Properties of the Alkali Metals.
J. Res. Nat. Bur. Stand. 55 (1955) 2, 83-96
- [36] WEATHERFORD, W.D., TYLER, J.C., KU, P.M.: Properties of Inorganic Energy-Conversion and Heat-Transfer Fluids for Space Applications.
WADD Techn. Report 61-96 (1961)
- [37] LEMMON, A.W., DEEM, H.W., ELDRIDGE, E.A., HALL, E.H., MATOLICH, J., WALLING, J.F.: Engineering Properties of Potassium.
BATT-4673-FINAL (1963)
- [38] BAEHR, H.D.: Thermodynamik.
Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg/
New York (1966), 2. Auflage
- [39] HICKS, W.T.: Evaluation of Vapor-Pressure Data for Mercury, Lithium, Sodium, and Potassium.
J. Chem. Phys. 38 (1963) 8, 1873-1880
- [40] LANDOLT-BÖRNSTEIN: Zahlenwerte und Funktionen.
Springer-Verlag Berlin/Göttingen/Heidelberg (1961)
- [41] STONE, J.P., EWING, C.T., SPANN, J.R., STEINKULLER, E.W., WILLIAMS, D.D., MILLER, R.R.: High Temperature Vapor Pressures of Sodium, Potassium, and Cesium.
J. Chem. Eng. Data 11 (1966) 3, 315-320

- [42] FREUND, J.: Stoffwerte von Alkalimetallen.
AEG-Forschungsbericht 11.010/69 (1969),
Projekt MHD-Staustahlrohr, Bericht 45
- [43] NOVIKOV, J.J., u.a.: The Heat-Transfer and High Temperature Properties of Liquid Alkali Metals.
J. Nucl. Energy 4 (1957), 387-408
- [44] LEE, D.J., BONILLA, C.F.: The Viscosity of the Alkali Metal Vapors.
Nucl. Engineering and Design 7 (1968),
455-469
- [45] SCHINS, H.E.J.: Liquid Metals for Heat-Pipes, Properties, Plots, and Data Sheets.
EUR 3653e (1967)

Lebenslauf

- 1942 Jürgen Hechtfish, geboren am 30. 1. 1942
in Swinemünde
- 1948 - 1954 Besuch der Volksschule in Falkenberg
(Kreis Osterholz) bei Bremen
- 1954 - 1961 Besuch des Gymnasiums am Barkhof in Bremen
bis zur Reifeprüfung
- 1961 Halbjähriges Maschinenbaupraktikum bei der
A.G. "Weser" und den Atlas-Werken in Bremen
- 1961 - 1968 Studium des Maschinenbaus an der Technischen
Universität Braunschweig bis zum Diplom.
Fachrichtung: Verfahrenstechnik, Wärmetechnik,
Thermodynamik.
Weitere Praktika bei der A.G. "Weser" und
den Klöckner-Werken in Bremen sowie den
Georgsmarienwerken in Osnabrück
- 1968 - 1969 Wissenschaftlicher Angestellter am Institut
für Thermodynamik der TU Braunschweig
- 1969 - 1970 Wissenschaftlicher Angestellter am Institut
für Thermo- und Fluidodynamik der Ruhr-
Universität Bochum (Lehrstuhl für Thermo-
dynamik)
- 1970 - 1976 Wissenschaftlicher Assistent am Lehrstuhl
für Thermodynamik der RU Bochum
- 1976 - 1979 Doktorand am Lehrstuhl für Thermodynamik
der RU Bochum

